Töfrar

Kennsluleiðbeiningar



Höfundur: Jónína Vala Kristinsdóttir
1. útgáfa 2002

NÁMSGAGNASTOFNUN

Töfrar – Kennsluleiðbeiningar

Markmið

Að nemendur
- Kynnist því að stærðfræði er að finna alls staðar í umhverfinu.
- Finni lausnir á verkefnum sem spretta úr jarðvegi skáldsagna.
- Geti fundið ólíkar leiðir að lausn verkefna og rökstutt lausnir sínar.
- Áætli og mæli lengdir og framkvæmi útreikninga út frá niðurstöðum mælinga.
- Finni hlutföll og brot með útreikningum.
- Áætli og reikni tíma.
- Skoði eiginleika talna.
- Þjálfist í útreikningum.
- Þjálfist í rökhugsun.
- Finni mynstur og regluleika.

Við lestur skáldsagna vakna gjarnan margar spurningar og nýjar hugmyndir fæðast. Til að svara þeim spurningum þarf innsæi og útsjónarsemi líkt og þarf við að leysa flest stærðfræðileg viðfangsefni. Oft þarf líka stærðfræðilega þekkingu til að finna lausn á verkefnum svo sem eins og þegar atburðarás er rakin og sett í samhengi í tíma og rúmi. Við allt nám er mikilvægt að geta sett reynslu sína í samhengi við eitthvað sem er þekkt og það er líka lærdómsríkt að geta skoðað sama viðfangsefni frá ólíkum sjónarhornum. Við það að finna lausnir á vanda, velta fyrir sér ólíkum lausnum á honum og gera áætlun um það sem við tekur kemst hugsunin á flug og námið fær merkingu í huga nemandans. Það getur því verið afar áhugavert að flétta saman nám í stærðfræði og lestur bókmennta og úrvinnslu úr efni þeirra.

Í þemaheftinu *Töfrar* er að finna verkefni sem tengjast bókinni *Abrakadabra* eftir Kristínu Steinsdóttur. Þau eru hugsuð sem viðmið fyrir kennara og nemendur sem vilja skoða efni bókarinnar frá ólíkum sjónarhornum og beita þekkingu sinni á stærðfræði við að leysa þau. Þau reyna á rökhugsun, innsæi og útsjónarsemi auk talnaskilnings og leikni í meðferð talna og lengdar- og tímamælingum. Við lestur bókarinnar vakna áreiðanlega miklu fleiri spurningar og hugmyndir að skemmtilegri verkefnum munu væntanlega fæðast. Vonandi verður þetta hefti til að hvetja nemendur og kennara til að semja eigin verkefni bæði í tengslum við þessa bók og aðrar.

Gert er ráð fyrir að nemendur geti leyst öll verkefnin í bókinni áður en þeir vinna nemendaefnið *Geisli 1A* og *1B*. Það getur verið heppilegt að byrja skólaárið á að lesa bókina *Abrakadabra* og leysa verkefnin í þemaheftinu ásamt öðrum sem verða til við þá vinnu. Reynt var að hafa verkefnin í léttum dúr en þó þannig að nemendur læri eitthvað nýtt af að vinna þau. Viðhorf nemenda til náms mótast við vinnuna í skólanum og er vonast til að þessi verkefni geti opnað augu einhverra nemenda fyrir því hvað stærðfræði getur verið skemmtileg.

Tölur og reikniaðgerðir

Alli býr að Krókalóni 13. Þær upplýsingar gefa tilefni til að velta fyrir sér eiginleikum talna. Hvað er sérstakt við töluna 13? Hvers vegna ætli margir telji hana óheillatölu? Þannig má skoða fleiri tölur og velta fyrir sér hvaða eiginleikar eru samiginlegir ákveðnum tölum og hvað

er ólíkt. Umræður af slíku tagi geta varpað ljósi á uppbyggingu tugakerfisins og eiginleika reikniaðgerða.

Þegar tölurnar í fyrri rammanum á fyrstu síðu eru skoðaðar er af mörgu að taka. 4, 8 og 16 eru sléttar tölur og 4 ganga líka upp í þeim. Þess vegna er 9 öðruvísi tala. 4, 8 og 9 hafa bara 1 tölustaf, þess vegna er 16 öðruvísi. 4, 9 og 16 eru ferningstölur ($2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$ og $4 \cdot 4$), þess vegna er 8 öðruvísi. Ef skoðuð er talnaröðin 4, 8, og 16, kemur í ljós að tölurnar tvöfaldast ($2 \cdot 4 = 8$ og $2 \cdot 8 = 16$). Þess vegna er 9 öðruvísi. Ef til vill sjá nemendur eitthvað fleira en hér er upp talið og mikilvægt er að allar tillögur séu skoðaðar og nemendur færi rök fyrir vali sínu.

Hlutföll

Mikið er af upplýsingum í bókinni sem gefa tilefni til hlutfallareiknings. Argur nær Alla í hné. Hæð hans er því $\frac{1}{4}$ af hæð Alla. Þessar upplýsingar gefa tilefni til alls kyns útreikninga og samanburðar á þeim Alla og Argi. Verkefni á síðum 2–4, 6 og 9 eru öll um hlutföll.

Það getur ef til vill reynst einhverjum erfitt að reikna út lengd og breidd líkamshluta Alla og Args, en mælikvarðinn á myndinni ætti að nýtast við lausn verkefnisins. Nauðsynlegt er að nemendur hafi aðgang að málbandi til að geta skoðað þessi hlutföll. Þá er auðvelt að skipta í helminga, fjórðunga, áttundu og sextándu hluta. Valið var að hafa Alla 160 cm að hæð vegna þess að þá er auðvelt að reikna hlutföllin. Ræða má hvort líklegt sé að hann hafi verið svo stór. Í sögunni kemur ekki fram hve gamall hann var. Hlutföllin sem hér eru gefin eru ekki nákvæm, en þægilegt að reikna út frá þeim. Þetta verkefni gæti hvatt einhverja nemendur til að reikna út hvort sömu hlutföll séu í þeirra líkama.

Á blaðsíðu 3 er nemendum ætlað að ákveða sjálfir stærð kubbakassans. Þegar þeir hafa leyst verkefni á bls. 2 hafa þeir viðmið til að styðjast við. Er nóg að kassinn sé jafn langur Argi, eða þarf hann eitthvert svigrúm til að geta hreyft sig og teygt úr sér? Hve mikið þarf það að vera?

Hlutfallaverkefnið á bls. 6 er nokkuð strembið. Nemendur þurfa að átta sig á því að fyrst þarf að finna út hve mikið Argur hefur étið af hverri matartegund á ákveðnu tímabili. Svo þarf að skipta magninu á daga til að finna hve mikið hann þarf á dag. Nauðsynlegt er að nemendur hafi hjálpargögn til að grípa til við þessa útreikninga, bæði hluti og vasareikni. Einnig er mikilvægt að nemendur beri saman ólíkar leiðir sem þeir fara við að leysa verkefnið og ræði hvers vegna þeir völdu ákveðna leið að lausn.

Á bls. 9 þurfa nemendur að mæla stærð trjánna á myndinni og reikna svo út raunverulega stærð út frá mælikvarða sem gefinn er. Þeir þurfa síðan að reikna stærð annarra trjáa út frá gefnum hlutföllum. Sem fyrr skiptir miklu máli að nemendur hafi aðgang að hjálpargögnum, s.s. reglustiku eða málbandi.

Í bókinni er skemmtileg lýsing á því hvernig trén voru lýst upp, annars vegar danska jólatréð með rafmagnslýsingu og hins vegar grenitréð hans Args sem fuglarnir lýstu upp með augum sínum. Hér eru nemendur hvattir til að velta fyrir sér hve miklu meiri lýsingu þarf á stóra tréð en það litla. Niðurstöður þeirra geta ekki orðið nákvæmar þar sem trén eru keilulaga og grein-

arnar misstórar. En umræðan ætti að geta orðið til þess að spurningar vakni og opna augu nemenda fyrir að samband milli stærða er ekki alltaf línulegt, heldur getur vaxið eftir ákveðnum stuðli. Þó að sá skilningur sé ekki mótaður hjá nemendum gæti þessi umræða átt þátt í að auðvelda hann síðar.

Flutningur

Tvö verkefni eru um flutninga. Á bls. 7 þarf að finna speglunarás í þeim jurtum sem Argur lifir á. Nemendur hafa oft fengist við að finna speglunarása í jurtum og dýrum, en hér eru ný viðfangsefni. Finna má bæði hliðrun og snúning í þessum plöntum og er ekki ólíklegt að einhverjir nemendur komi auga á það. Áhugavert er að taka upp umræðu um það í tengslum við þetta verkefni.

Rökfræði

Fuglarnir sem settust að í nýju trjánum voru ólíkir þeim sem fyrir voru. Þessar upplýsingar gefa tilefni til að skoða ólíka eiginleika þeirra og bera þá saman. Slík skoðun eflir mjög rökhugsun og þjálfar nemendur í rökleikni. Á bls. 5 eru verkefni sem hvetja til slíkrar skoðunar. Nemendur geta sjálfir útbúið sér hjálpargögn til að auðvelda sér þessa vinnu.

Í verkefninu um heilsusmyrsl Betu þarf að snúa tannhjólum um $\frac{1}{4}$ úr hring. Ef nemendur hafa aðgang að tannhjólum, t.d. úr Tæknilegó geta þeir gert eftirlíkingu af vélinni eða hluta hennar. Ef þeir hafa ekki skoðað hvernig tannhjól vinna saman er þetta verkefni erfitt viðureignar. Nauðsynlegt er þá að byrja á að skoða einföld tæki sem tannhjól knýja áfram. Handþeytari er dæmi um slíkt verkfæri. Beta er að blanda bólukrem.

Mynstur

Töfraþulur Args og Alla eru til umfjöllunar á bls. 4. Þar endurtekur sig ákveðið stef og er því upplagt að skoða þær til að undirbyggja frekari skilning nemenda á mynstri og sjá hvernig það getur birst á ólíku formi. Nemendur geta æft sig í að slá takt um leið og þeir flytja þulurnar og finna hrynjanda í þeim.

Verkefni um trén á fótboltavellinum bls. 8 og gróða Ívars á bls.10 eru bæði talnamynstursverkefni sem ættu að undirbyggja skilning nemenda á algebru. Það hentar vel að nota töflureikni til að setja inn gildin og nemendur geta þá spreytt sig á að gefa fyrirmæli þannig að töflureiknirinn reikni út gildin. Í báðum verkefnum eru nemendur hvattir til að finna út hvað gerist ef önnur gildi eru valin en þau sem þeir hafa þegar reiknað með. Þannig eru þeir hvattir til að reyna að finna almenna reglu sem gildir þegar reiknað er út það sem beðið er um, án þess að þeir þurfi að setja hana fram á formlegan hátt.

Tími

Í sögunni er talsvert af upplýsingum um hvenær ákveðnir atburðir gerðust. Það er því spennandi viðfangsefni að reikna út hve langur tími líður frá einum atburði til annars og er það góð

þjálfun í að reikna tíma. Verkefni á bls. 12–14 eru öll um tímareikninga og þarf að leita upplýsinga í bókinni til að geta leyst verkefnið um Arg á Íslandi. Hin tvö, um klukkurnar í Þyrnirósarkastalanum og töfratölu Rauðhettu, tengjast í raun ekki sögunni en eru góð þjálfun í að reikna tíma.

Mælingar

Þegar allt var komið í samt lag í heimabæ Alla tók bæjarstjórnin til við að leggja gervigras á fótboltavöllinn. Slíkt verk kallar á mælingar og útreikninga í framhaldi af þeim. Á bls. 15 er verkefni um þetta. Mæla þarf stærð fótboltavallar, breyta einingum út frá gefnum hlutföllum og reikna svo út hve mikið þarf af gervigrasi á völlinn. Nemendur eru einnig hvattir til að teikna línur á völlinn. Ekki er ólíklegt að einhverjir þeirra hafi þekkingu á hvernig þær eiga að vera og geta þá unnið út frá þeim upplýsingum. Einnig má skoða fótboltavöll og gera þar nákvæmar mælingar eða notast við teikningar. Það gildir um þetta verkefni eins og mörg önnur í þessu hefti að hægt er að vinna það af þeirri nákvæmni sem aðstæður leyfa.

Á bls. 16 er vísbendingaverkefni í léttum dúr þar sem ferðast er um kastalann og nemendur þurfa að skrá hjá sér bókstafi í gluggum hans til að finna lausnarorð. Galdraþulan er: Romsa-pomsa. Þá eru nemendur hvattir til að gera líkan af kastalanum sem Argur töfraði. Slík vinna kallar á gott skipulag, nákvæmar mælingar og talsverða útreikninga og örvar rúmskyn nemenda. Að þjálfa þannig saman huga og hönd er góð leið til að öðlast skilning á þeirri stærðfræði sem beitt er við líkanagerðina og ætti þeim tíma sem fer í verkið því að vera vel varið.

Í lokin eru nemendum gefnar ábendingar um hvernig vinna má stærðfræðiverkefni í tengslum við aðrar sögur. Þegar slík verkefni eru undirbúin þarf að hafa augun opin fyrir öllu því sem getur orðið að viðfangsefni sem krefst stærðfræðilegrar úrlausnar. Við fyrstu sýn er ef til vill ekki margt sem kallar á slíkt, en ef grannt er skoðað vakna áreiðanlega margar spurningar sem gefa tilefni til stærðfræðilegrar úrlausnar og hugmyndir um verkefni spretta út frá þeim.