



RÖKÞRAUTIR

ÞEMAHEFTI Í STÆRÐFRÆÐI

Þemaheftið *Rökþrautir* er hluti af námsefnisflokki í stærðfræði sem ber heitið *Geisli*. Námsefnið er ætlað nemendum á miðstigi grunnskóla. Heftið *Rökþrautir* er eitt af þremur þemaheftum sem einkum eru ætluð 7. bekk en viðfangsefnin í þemaheftunum eru fjölbreytt og henta einnig öðrum aldurshópum á miðstigi. Í þessu hefti er lögð áhersla á þrautir og rökhugsun.

Þemaheftin eru margnota efni og nemendum er því ætlað að skrá lausnir sínar í vinnuhefti.

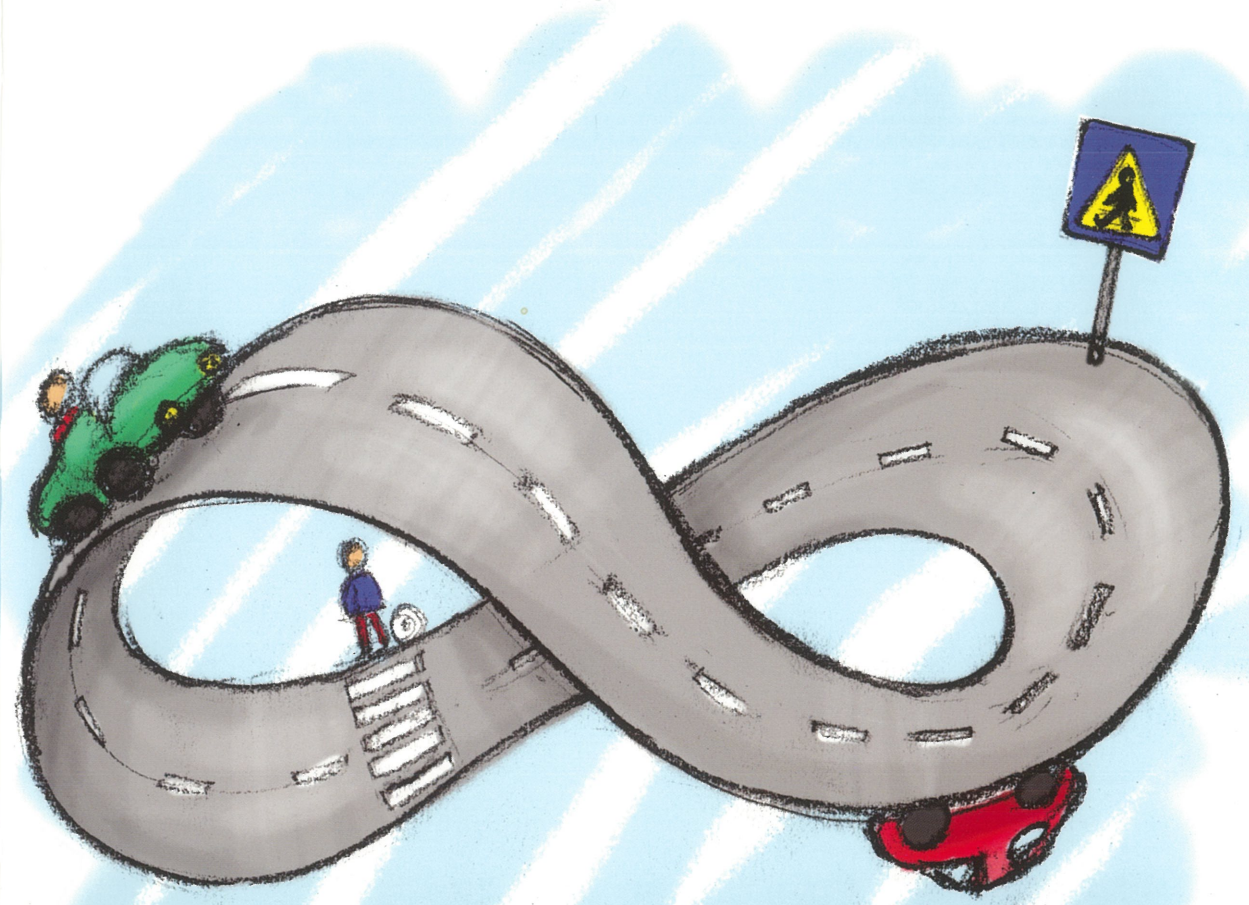
Höfundur er Jónína Vala Kristinsdóttir.

Ingimar Waage teiknaði myndir.

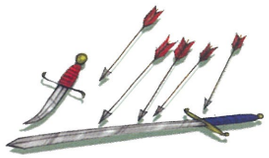


NÁMSGAGNASTOFNUN 25 ára 2005
05982

ISBN 9979-0-0947-0



GEISLI – ÞEMAHEFTI Í STÆRÐFRÆÐI





Gert er ráð fyrir að þú skráir vinnu þína í vinnuhefti.

Þessi bók er eign skólans þíns og þú hefur hana að láni. Bækur eru dýrar og því mikilvægt að farið sé vel með þær. Gættu þess vel að skrifa ekki í þessa bók.

Skóli			Bók nr. / Tekin í notkun	
Nemandi/bekkur	Útlán: dags.	Ástand	Skil: dags.	Ástand

1) Nafn nemanda skal greinilega skrifað í línurnar hér að ofan.
2) Ástandi bókar við útlán og skil skal lýst þannig:
N: ný bók, G: gott, S: sæmilegt, L: lélegt.

Við þurfum daglega að beita rökhugsun til að leysa hvers kyns verkefni. Þegar við gerum áætlun, skipuleggjum hvers kyns ferðalög, spilum, tökum þátt í leikjum, leysum þrautir, eldum mat og margt fleira þurfum við að hugsa rökrétt til að ná góðum árangri. Í leikjum og spilum gilda ákveðnar reglur. Þær þarf að setja fram á skýran hátt til að þær skiljist.



Rökþrautir

ISBN 9979-0-0947-1
© 2005 Jónína Vala Kristinsdóttir
© 2005 teikningar: Ingimar Waage

Öll réttindi áskilin
1. útgáfa 2005
Námsgagnastofnun
Reykjavík

Ritstjóri: Hafdís Finnbogadóttir

Umbrot og útlit: Námsgagnastofnun
Prentvinnsla: Litróf ehf.

Guðmundur Birgisson, Kristín Bjarnadóttir, Kristjana Skúladóttir, Jón Páll Haraldsson, Þórdís Guðjónsdóttir og nemendur í 7. B í Melaskóla skólaárið 2004–2005 lásu yfir handrit og veittu góð ráð. Þeim og öðrum sem að verkinu komu eru færðar bestu þakkir.

Rökþrautir



1 Strákurinn er að reyna að ná í boltann sinn. Tekst honum það með því að halda áfram án þess að fara yfir brún?

2 Snigillinn týndi kuðungnum sínum á ferð sinni um stjörnuna. Hann er að reyna að komast aftur að honum. Tekst honum það með því að halda áfram og án þess að fara yfir brún?

3 Það er gaman að teikna skynvillumyndir eins og þessa. Best er að nota þríhyrningsnet. Teiknaðu stjörnuna hér á síðunni og teiknaðu svo aðra sex arma stjörnu í þrívídd þannig að teikningin verði rétt. Hvort er auðveldara að teikna?

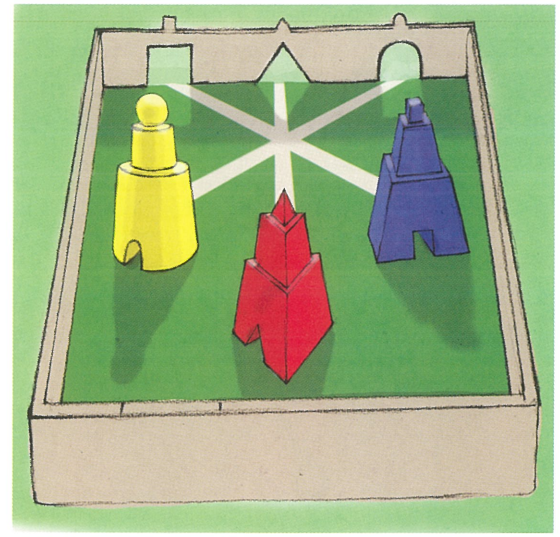
4 Teiknaðu fleiri myndir og semdu þrautir um þær.

Í Miklagarði



Kolskeggur greifi býr í Miklakastala. Umhverfis kastalann liggur virki og innan þess eru tveir aðrir kastalar, Litlikastali og Skakkikastali. Á múrnum eru þrjú hlið, eitt fyrir hvern kastala. Vegur liggur frá hverju hliði heim að viðkomandi kastala eins og sést á myndinni.

1 Nú hefur komið upp deila milli íbúa kastalanna þriggja og hafa þeir ákveðið að leggja nýja vegi innan kastalagarðsins þannig að enginn þeirra þurfi að aka yfir veg annars.



- Teiknið mynd og reynið að finna lausn sem þið mynduð sætta ykkur við ef þið byggjuð í einhverjum kastalanna.
- Ræðið við bekkjarfélaga ykkar hvort erfiðara er að finna lausn ef kastalarnir og hliðin eru fleiri. Skiptir máli hvar hliðin eru staðsett á kastalaveggnum?

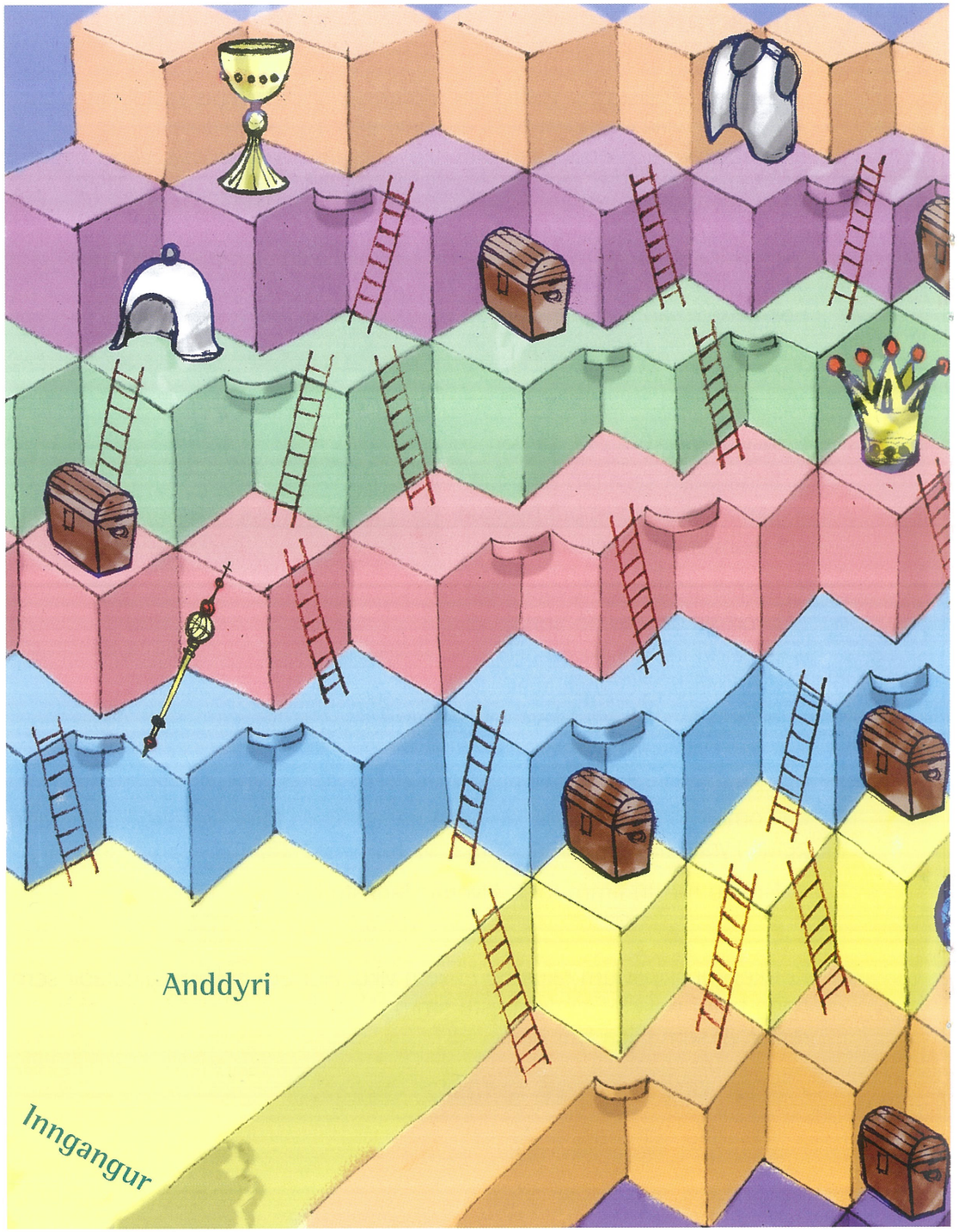
2 Kolskeggur vill ekki hleypa hverjum sem er inn í kastalann sinn. Til þess að komast inn þurfa gestir að finna næstu fimm tölur í talnaröð sem hann gefur. Fyrstu fimm tölurnar eru: 2, 5, 10, 17 og 26.

- Finndu næstu fimm tölur. Hvernig fannstu þær?

3 Kolskeggur skiptir um talnaröð í hverri viku. Hér eru nokkrar talnaraðir sem hann hefur notað. Finndu næstu fimm tölur í hverri talnaröð og skráðu reglurnar sem gilda fyrir þær.

- 0,12 0,123 0,1231 0,12312 0,123123
- $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$
- 5, 4, 2, −2, −10

Rökþrautir



Ef einu orði er breytt í fullyrðingu getur sanngildi hennar breyst.
Skoðaðu eftirfarandi fullyrðingar:

Ólöf æfir sund **og** hlaup. Ólöf æfir sund **eða** hlaup.

- Gefa þær báðar sömu upplýsingar?
- Hvaða áhrif hefur það að breyta einu smáorði?

Þegar orðið **eða** er notað í rökfræði er átt við annaðhvort eða bæði.

Ef spurt er hverjir eru ljóshærðir og bláeygðir er svarið Sindri.

Ef spurt er hverjir eru ljóshærðir eða bláeygðir er svarið Rúnar, Sindri og Sunna.

Anna er dökkhærð og brúneygð.
Rúnar er dökkhærður og bláeygður.
Sindri er ljóshærður og bláeygður.
Sunna er ljóshærð og gráeygð.

Á mengjamyndinni sérðu upplýsingar um gæludýraeign krakkanna í 7. HK.

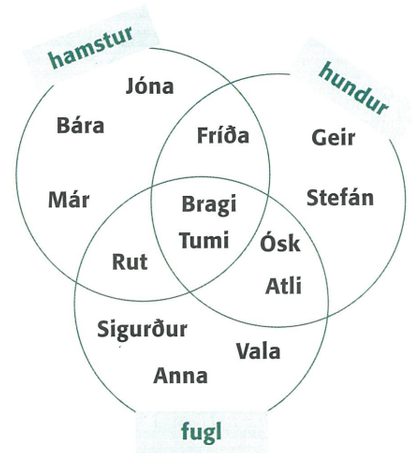
- Hverjir eiga hamstur?
- Hverjir eiga hund?
- Hverjir eiga fugl?

- Hverjir eiga hamstur og hund?
- Hverjir eiga hamstur eða hund?

- Hverjir eiga hund og fugl?
- Hverjir eiga hund eða fugl?

- Hverjir eiga hamstur og fugl?
- Hverjir eiga hamstur eða fugl?

- Hverjir eiga hamstur, hund og fugl?
- Hverjir eiga hamstur, hund eða fugl?



Rökþrautir

Fullyrðingar geta verið sannar eða ósannar.

Ósönn fullyrðing: Gunnar á Hlíðarenda var tunglfari.

Sönn fullyrðing: Neil Armstrong var tunglfari.

Hann var tunglfari

Þessi málsgrein er ekki fullyrðing þar sem ekki er hægt að segja til um hvort hún er sönn eða ekki.

Hún verður hins vegar fullyrðing ef nafn einhvers er sett í staðinn fyrir *hann*. Þá er hægt að segja fyrir um hvort hún er sönn eða ósönn.

Ef valin eru nöfn úr eftirfarandi mengi og sett í stað orðsins hann verður fullyrðingin sönn eða ósönn.

Elvis Presley, Gunnar á Hlíðarenda, Neil Armstrong, Njáll á Bergþórshvoli, Ólafur Ragnar Grímsson.

- Hvaða nöfn gera hana sanna?
- Hvað nöfn gera hana ósanna?

Hann var forsætisráðherra Íslands

- Hvaða stök úr menginu gera þessa málsgrein að sannri fullyrðingu?
- Hver þeirra gera hana að ósannri fullyrðingu?

Davíð Oddson, Halldór Ásgrímsson, Kristján Eldjárn, Ólafur Ragnar Grímsson, Vigdís Finnbogadóttir.

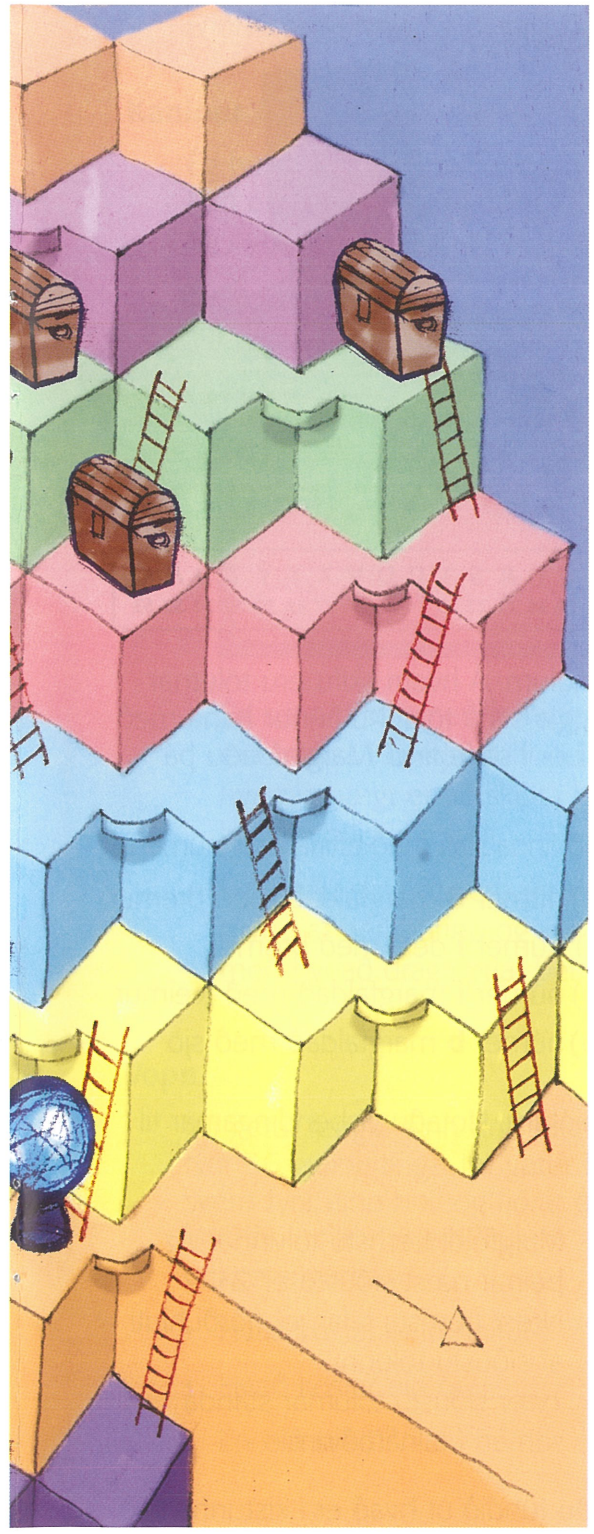
Hún var forseti Íslands

- Hvaða stök úr menginu gera þessa málsgrein að sannri fullyrðingu?
- Hver þeirra gera hana að ósannri fullyrðingu?

Hvort eru eftirfarandi fullyrðingar sannar eða ósannar?

Reykjavík er höfuðborg Íslands.
Reykjavík er fallegasta borg í heimi.
Sjórinn er spegilsléttur.
Saltfiskur er lostæti.
Það er fallegt á vorin.

- Hvaða upplýsingar þurfum við að hafa til að geta metið hvort þessar fullyrðingar eru sannar?
- Eru öll svör við þeim jafnrétt?



1 Litlikastali er hálfgert völundarhús og því auðvelt að villast þar. Friðmey greifynja felur þar gjafir handa krökkunum sem búa innan kastalagarðsins. Krakkarnir eru sex og þeir byrja allir að leita í anddyrinu. Skráðu fyrirmæli sem geta hjálpað þeim að finna kórónuna, veldissprotann, hjálminn, brynjuna, kristalskúluna og gullbikarinn.

Friðmey hefur líka falið hluti í þremur kistum. Þú getur fundið þær með því að fylgja vísbendingunum.

Kista 1

- Byrjaðu við stigann sem er beint á móti inngangínum. Fylgdu svo örvunum.

↑→↑←↑←↓

Kista 2

- Byrjaðu við stigann sem er hægra megin við anddyrið.

↓→↑↑→→→↑↑←↓

Kista 3

- Byrjaðu við stigann sem er vinstra megin við anddyrið.

↑→→↑↑↓→↓←↓↓→↑↑→→
↓→↓←←←↑←

Rökþrautir

Riddarar í raunum



Riddararnir Falur og Bjartur lentu í miklum raunum og týndu hestunum sínum. Á leiðinni heim komu þeir að á sem var of djúp til að hægt væri að vaða hana og of köld til að þeir treystu sér til að synda yfir hana.

Þegar þeir voru um það bil að halda af stað til baka sáu þeir tvo krakka á báti úti á ánni og þá lifnaði heldur betur yfir þeim. Þeir kölluðu til krakkanna og báðu þá að hjálpa sér yfir. En því miður var báturinn svo lítill að hann tók aðeins einn fullorðinn eða tvö börn.

Aumingja Falur og Bjartur misstu nú alla von um að komast heim til sín. En krakkarnir leystu vandann og báðir riddararnir komust yfir ána. Hvernig fóru þeir að?

Galdranornin Gargongylla

„Hvað ertu gömul Gargongylla?" spurði lítill álfur galdranornina illræmdu.

Galdranornin svaraði með gátu.

„Ég er enn þá mjög ung miðað við aldur galdranorna. Aldur minn er aðeins þrefaldur aldur sonar míns. Faðir minn er 40 árum eldri en tvöfaldur aldur minn. Samanlagður aldur okkar þriggja er aðeins 1240 ár."

Hve gömul er galdranornin?



Þið hafið nú glímt við margar ólíkar þrautir og væntanlega leyst þær flestar.

George Pólya var ungverskur stærðfræðingur sem fæddist árið 1887. Hann starfaði víða í Evrópu og einnig í Bandaríkjunum og lést árið 1985. Hann setti fram leiðbeiningar um hvernig best er að takast á við að leysa þrautir. Skráið lista yfir það sem þið gerið þegar þið leysið þrautir og berið hann saman við leiðbeiningar Pólya.

Leiðbeiningar Pólya

Byrjaðu á að reyna að skilja þrautina

- Þú verður að skilja hvert vandamálið er.
- Hvað er óþekkt? Hvaða gögn koma fyrir? Hver eru skilyrðin?
- Er einhverjum upplýsingum ofaukið? Eru upplýsingarnar í mótsögn hver við aðra?
- Teiknaðu skýringarmynd. Notaðu það táknmál sem best hentar.
- Flokkaðu upplýsingarnar og skrifaðu þær niður.

Gerðu áætlun

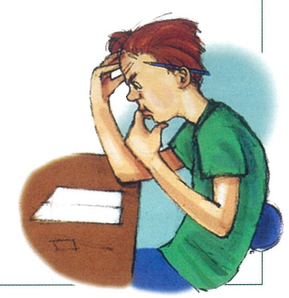
- Finndu tengslin milli upplýsinganna sem þú hefur og þess sem vantar.
- Hefurðu séð þrautina áður, eða sömu þraut í ólíkum búningi? Geturðu notað svipaða leið til að leysa þessa og hana?
- Ef þú getur ekki leyst þrautina, reyndu þá að leysa svipaða þraut sem er einfaldari.
- Notaðirðu allar upplýsingarnar? Tókstu tillit til allra skilyrðanna sem voru gefin?

Framkvæmdu áætlun þína

- Þegar þú framkvæmir áætlun þína að lausn þarftu að yfirfara hvert þrep.
- Er öruggt að hvert þrep í áætlun þinni sé rétt?
- Geturðu sannað að það sé rétt?

Farðu yfir lausn þína

- Kannaðu hvort lausn þín er rétt.
- Geturðu reiknað á annan hátt til að kanna hvort niðurstaðan er rétt?
- Kannaðu hvort rökin sem þú notaðir eru rétt.



Rökþrautir

Tindátar



Bára, Dóra og Tumi léku sér með tindáta. Þau lánuðu hvert öðru tindáta til að geta skipað lið eins og þau vildu.

Fyrst lánaði Bára Dóru og Tuma eins marga tindáta og hvort þeirra átti fyrir.

Seinna lánaði Dóra Báru og Tuma jafn marga tindáta og hvort þeirra hafði þá.

Að lokum lánaði Tumi Báru og Dóru jafn marga tindáta og hvor þeirra hafði þá.

Þá var hvert þeirra með 48 tindáta.

Hve marga tindáta átti hvert þeirra í upphafi leiksins?

Sælgæti

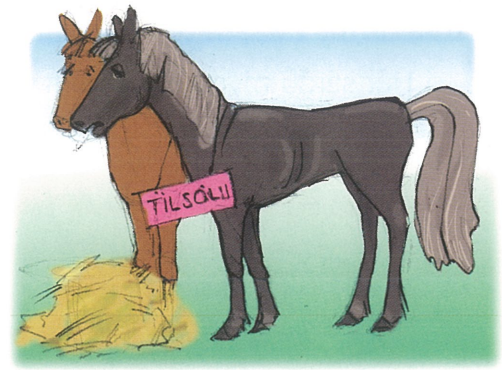
Tóta er mikill sælkeri. Einu sinni fékk hún að fara á markaðinn og kaupa sér sælgæti. Hún keypti þrjár tegundir af sælgætismolum, með piparmyntu-, ávaxta- og karamellubragði. Hún keypti jafnmarga mola af hverri gerð og verð þeirra var í heilum krónum.

Tóta borgaði að meðaltali 7 krónur fyrir hvern mola en molarnir eru misdýrir. Piparmyntumolarnir eru dýrastir, ávaxtamolarnir eru ódýrari og karamellumolarnir kosta minnst. Hver moli kostar að minnsta kosti 4 krónur. Ávaxtamolarnir kosta þremur krónum minna en piparmyntumolarnir.

Tóta keypti fyrir minna en 140 kr. Hve marga mola af hverri gerð keypti hún?

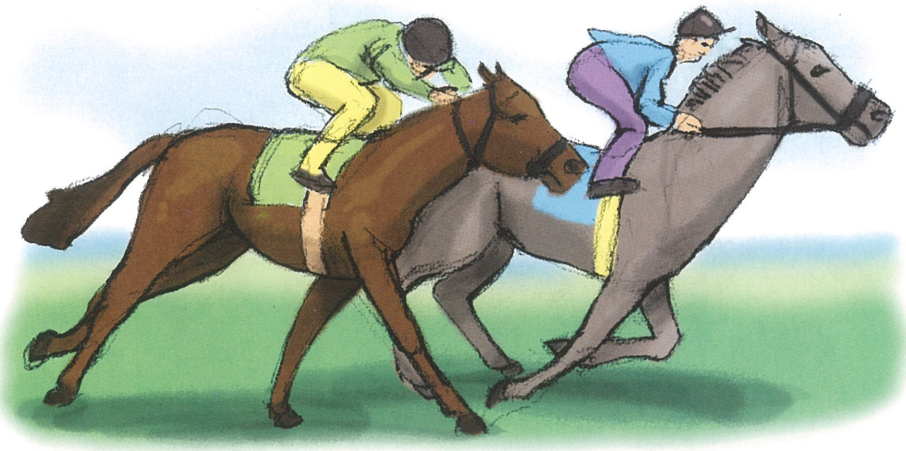
Semdu nokkrar flóknar þrautir og leggðu þær fyrir vini þína.

Að fóðra hross



Júlía átti sex hesta. Síðasti vetur var svo harður að hún átti ekki nóg fóður handa þeim öllum. Í janúar kannaði hún birgðirnar og reiknaðist til að hún ætti bara hey til 30 daga handa sex hestum. Hún hafði ekki efni á að kaupa meira hey. Hún sá fram á að lenda í vanda því hún yrði að hafa hestana á gjöf í að minnsta kosti 75 daga til viðbótar. Eftir sex daga seldi hún svo fjóra af hestunum sínum.

Átti hún nægilegt hey handa hestunum sem eftir voru?



Kappreiðar

Sörli, hestur Júlíu, er svo sprettharður að hann hleypur á ferföldum hraða Stjörnu, gömlu bikkjunnar hennar Sigurlaugar. Bernharður á hestinn Blakk en enginn veit hve hratt hann getur hlaupið. Júlía telur þó að Sörli sé fljótari en Blakkur og Stjarna sé seinni en Blakkur.

Þau ákveða að fara í kappreiðar. Það á að hlaupa tvo hringi á veðhlaupabrautinni. Til að keppnin verði sem jöfnust ákveða þau að Blakkur fari báða hringina. Sörli fari bara fyrri hringinn og Stjarna taki svo við af honum og fari seinni hringinn.

Hve hratt þarf Blakkur að hlaupa, miðað við hraða Sörla, til að koma í mark á sama tíma og Stjarna?

Rökþrautir

Krakkarnir í kastalagarðinum

Hér sérðu mynd af börnunum sem búa í kastalagarðinum. Finndu hvað þau eru gömul.



Semdu þraut um aldur fólks í fjölskyldu þinni. Reyndu að nota hugtök eins og helmingur, tvöfaldur, þrefaldur og fjórfaldur.

Kleinur

Kári, Bára og Tumi steiktu kleinur. Þegar bakstrinum lauk fengu þau að taka sér kleinur í skál til að hafa sem síðdegishressingu. Kári tók strax fjórða hlutann af kleinunum. Bára tók þá þriðjunginn af því sem eftir var. Tumi tók svo helminginn af því sem þá var eftir. Snati át í lokin kleinurnar sex sem krakkarnir skildu eftir.

Hvað voru margar kleinur í skálinni?

Vasapeningar



Rúnar reyndi að semja við pabba sinn um vasapeninga. Hann vildi fá 100 kr. á viku en pabbi hans neitaði að borga honum meira en 50 kr. Rúnar kom með tillögu sem pabba hans fannst erfitt að hafna. Hann lagði til að pabbi hans borgaði honum eina krónu fyrsta dag hvers mánaðar. Næsta dag myndi hann svo borga honum tvær krónur, þriðja daginn fjórar krónur og þannig tvöfaldist alltaf upphæðin frá fyrra degi. Hvað fengi Rúnar þá í vasapeninga á einum mánuði?

Gullpeningar Kolskeggs greifa

Nótt eina braust þjófur inn í kastala Kolskeggs greifa og lét greipar sópa um gullpeningakistu hans. Á leiðinni út úr kastalanum mætti hann einum af vörðunum í kastalanum. Til að sleppa frá honum bauðst þjófurinn til að gefa honum helminginn af þýfi sínu og 200 gullpeninga í viðbót. Hann rakst fljótlega á annan vörð og tókst einnig að sleppa frá honum með því að gefa honum helming peninganna sem hann átti eftir og 200 gullpeninga í viðbót. Í kastalagarðinum mætti þjófurinn þriðja verðinum og tókst að múta honum til að sleppa sér með því að gefa honum helminginn af þýfinu sem hann átti þá eftir og 200 gullpeninga í viðbót.

Þegar þjófurinn var um það bil að smeygja sér út um hliðið á hallargarðinum gekk hann í flasið á Kolskeggi sem þreif af honum pokann með gullpeningunum. Kolskeggur taldi gullpeningana og komst að því að þeir voru 900. Þegar hann sá að kistan var tóm varð hann ofsareiður því hann hafði glatað meirihlutanum af gullpeningum sínum.

Hve margir gullpeningar voru upphaflega í kistu Kolskeggs?