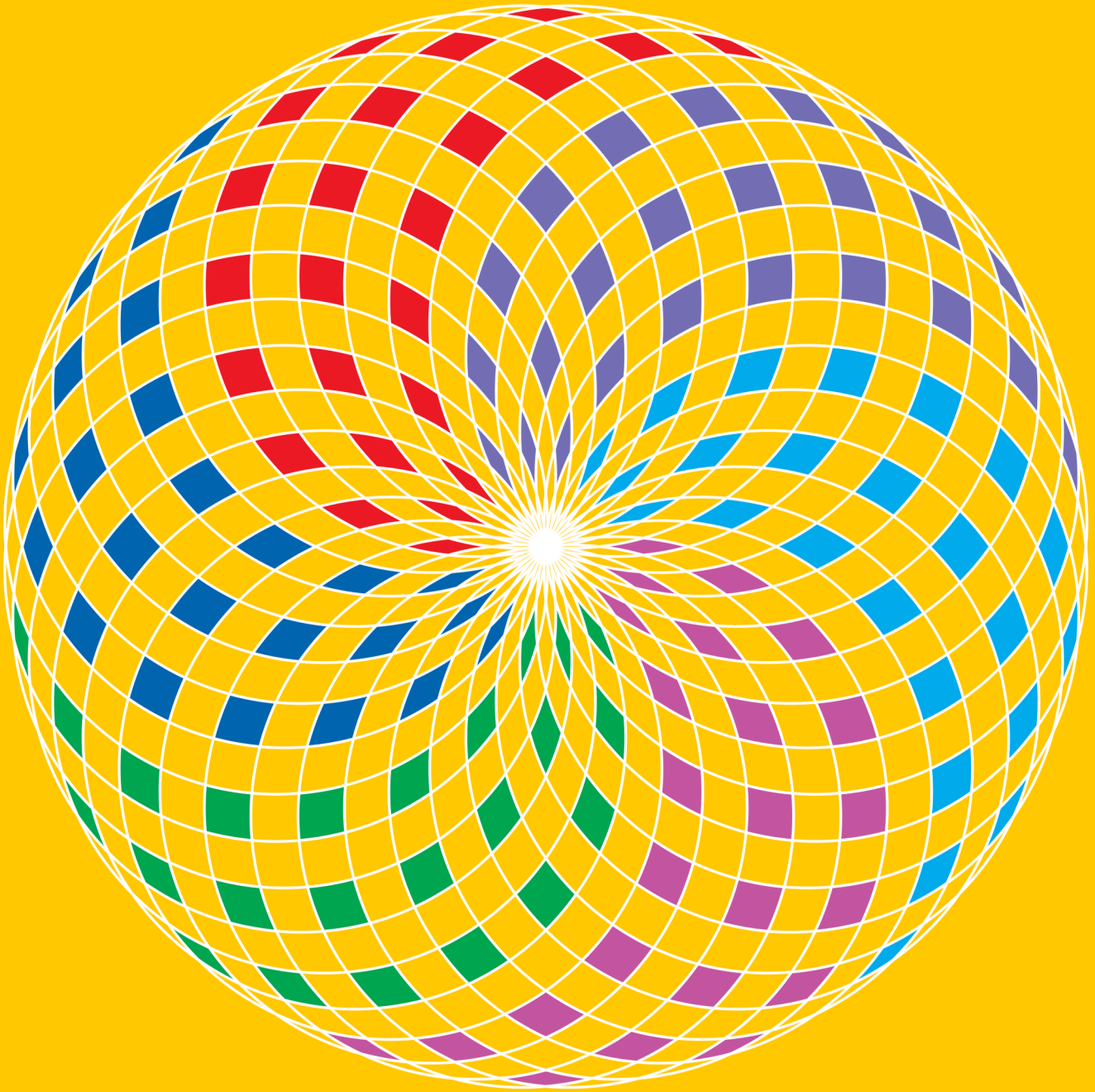


Stærðfræði sem hægt er að snerta



ALÞJÓÐLEGUR

DAGUR
STÆRÐFRÆÐINNAR

14. MARS

Dagur stærðfræðinnar 2026

Dagur stærðfræðinnar er haldinn hátíðlegur þann 14. mars ár hvert. Dagurinn er gjarnan kallaður Pí-dagurinn, þar sem dagsetningin vísar í fyrstu þrjá stafi tölunnar π (3,14).

Yfirskrift verkefnanna að þessu sinni er stærðfræði sem hægt er að snerta. Markmiðið er að nemendur fái fjölbreytt tækifæri til þess að sjá, skapa, handleika og skilja stærðfræðina.

Með því að færa stærðfræðina í hendurnar á nemendum brúum við bilið á milli hlutbundinnar reynslu og óhlutbundinnar hugsunar. Þegar nemendur fá að snerta og gera tilraunir með stærðfræðina eflist skilningur þeirra, sköpunargleðin fær að njóta sín og við sýnum þeim að stærðfræði er bæði skemmtileg og allt í kringum okkur.

Verkefnin í heftinu eru fjölbreytt og henta öllum skólastigum allt frá leikskóla og upp úr. Þeim er ráðað gróflega eftir þyngdarstigi þannig að einföldustu verkefnin eru fremst en þau flóknari aftar.

Við hvetjum ykkur til þess að vera dugleg að nýta verkefnin, hvort heldur sem er í kringum dag stærðfræðinnar eða aðra daga.

Við fögnum því sérstaklega að fá sendar myndir af skapandi stærðfræði starfi á netfangið:

flatarmal@gmail.com

Gleðilegan alþjóðlegan dag stærðfræðinnar!

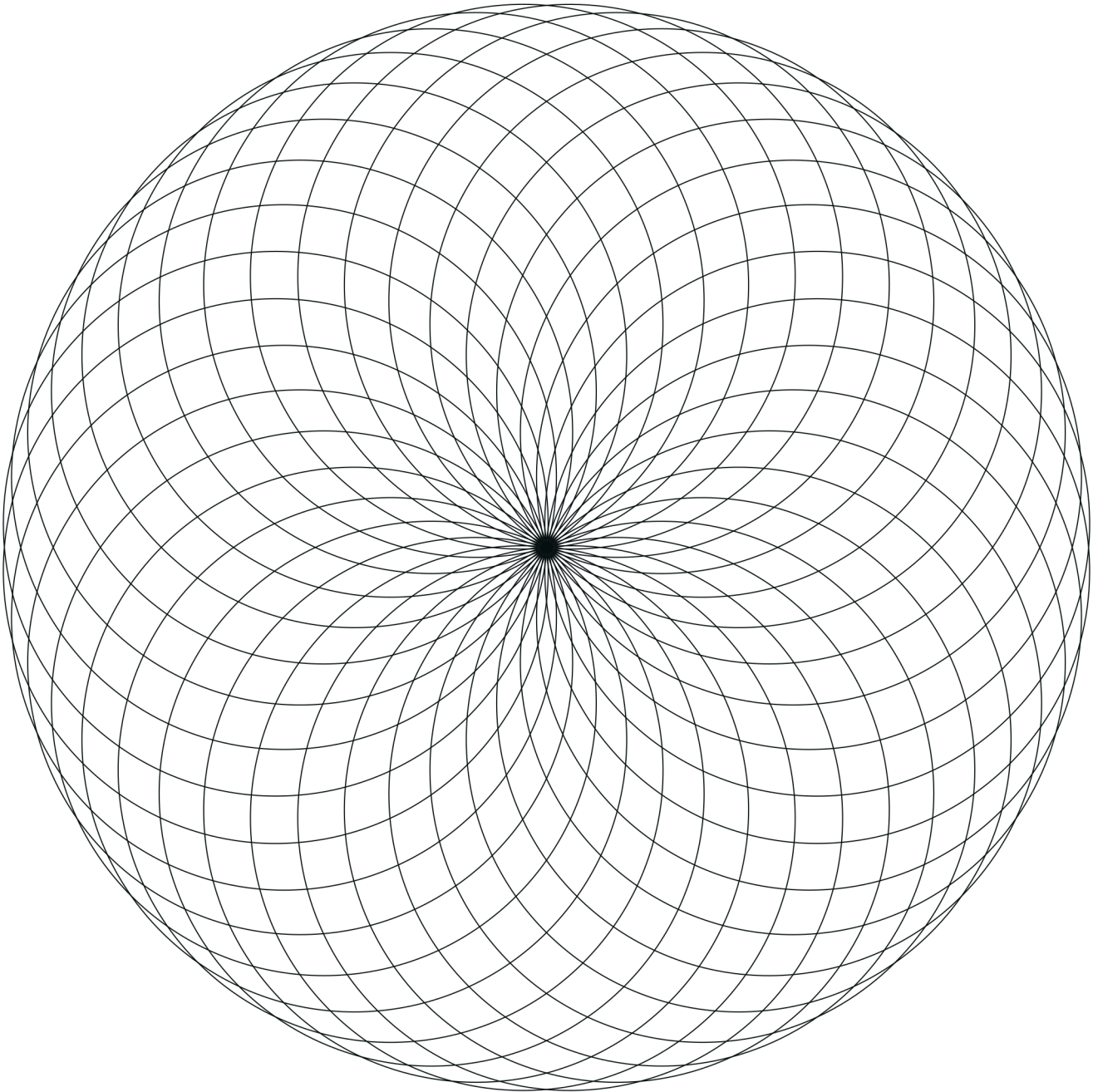
Bestu kveðjur,

Stjórn Flatar

Efnisyfirlit

Stærðfræði sem hægt er að snerta.....	2
Talnabærinn okkar!.....	3
Sjónhverfing með teningum - Stærðfræði sem þig langar að snerta!.....	5
Ævintýri úti og stærðfræðileikur þar sem börnin taka virkan þátt!.....	7
Mynstur í umhverfinu.....	9
Vettlingar.....	10
Stærðfræðihugtök úti.....	11
Mynstur.....	12
Flatarmál – ummál.....	13
Rúmmál.....	14
Ratleikur - Rúmfræðiform.....	15
Mjólkurferna.....	16
Pakkaband.....	17
Pýþagóras.....	18
Radíanar, pítsur og klukkur.....	20
Formúlublað með radíana verkefni.....	24

STÆRÐFRÆÐI SEM ER HÆGT AÐ SNERTA



Talnabærinn okkar!

„Stærðfræði hjálpar okkur að byggja sterkar borgir og vonin hjálpar okkur að byggja bjarta framtíð.“

Öll börnin eiga að klippa, teikna og lita sitt eigið hús og fjölskyldu inni (sjá útfærslu á mynd). Börnin skrifa svo númer á húsið sitt. Svo líma þau það á stórt plakat og búa til sameiginlegan bæ.

Kennarinn hjálpar til við að:

- búa til götur
- raða húsunum saman í bæ



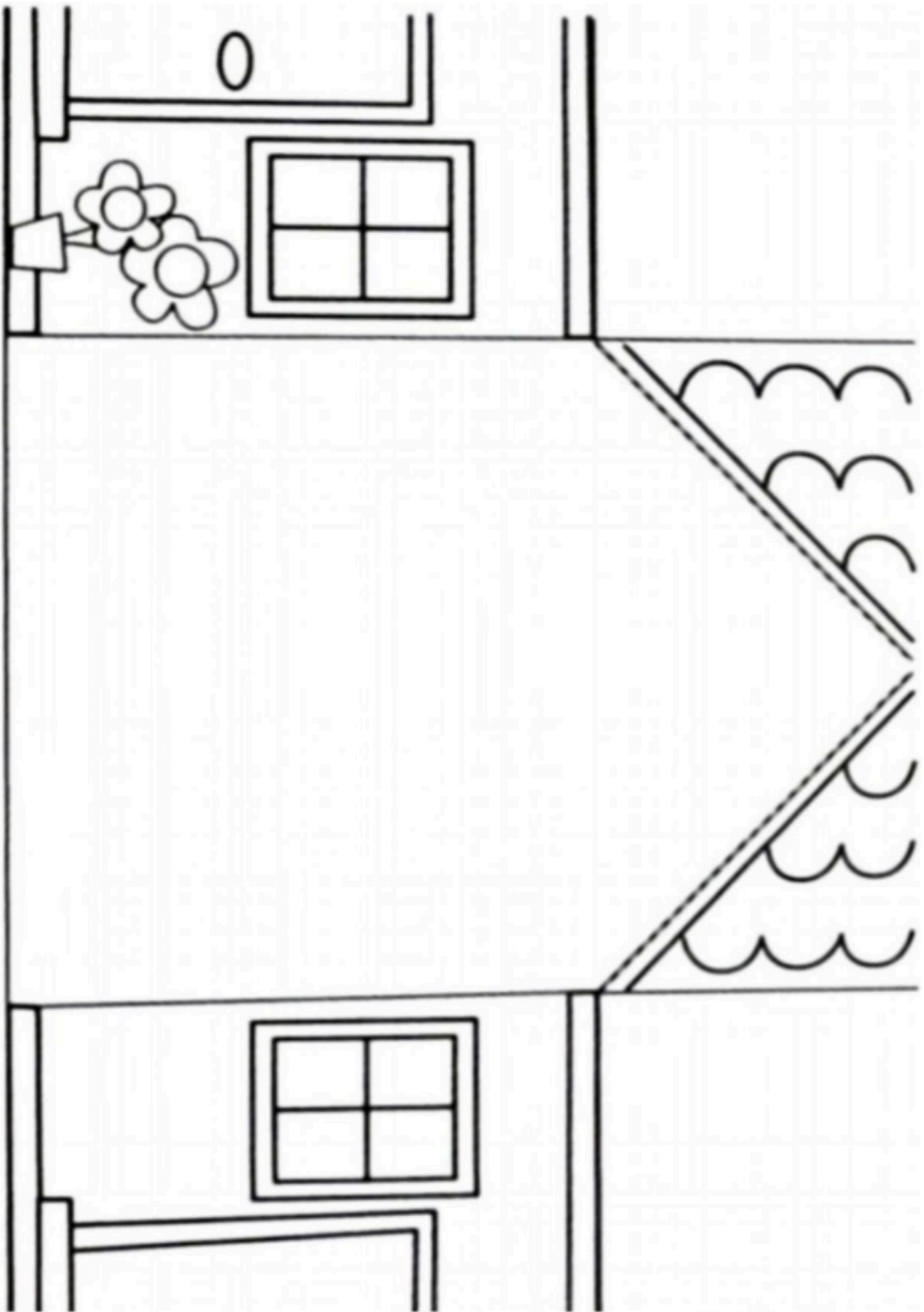
Skoða borgina saman.

Kennarinn spyr:

- Hvað heitir bærinn okkar?
- Hversu margar fjölskyldur búa hér?

Plakatið er sett svo upp á veg (fyrir foreldra að sjá).

Fyrir neðan er mynstur af húsi sem hægt er að prenta og klippa.



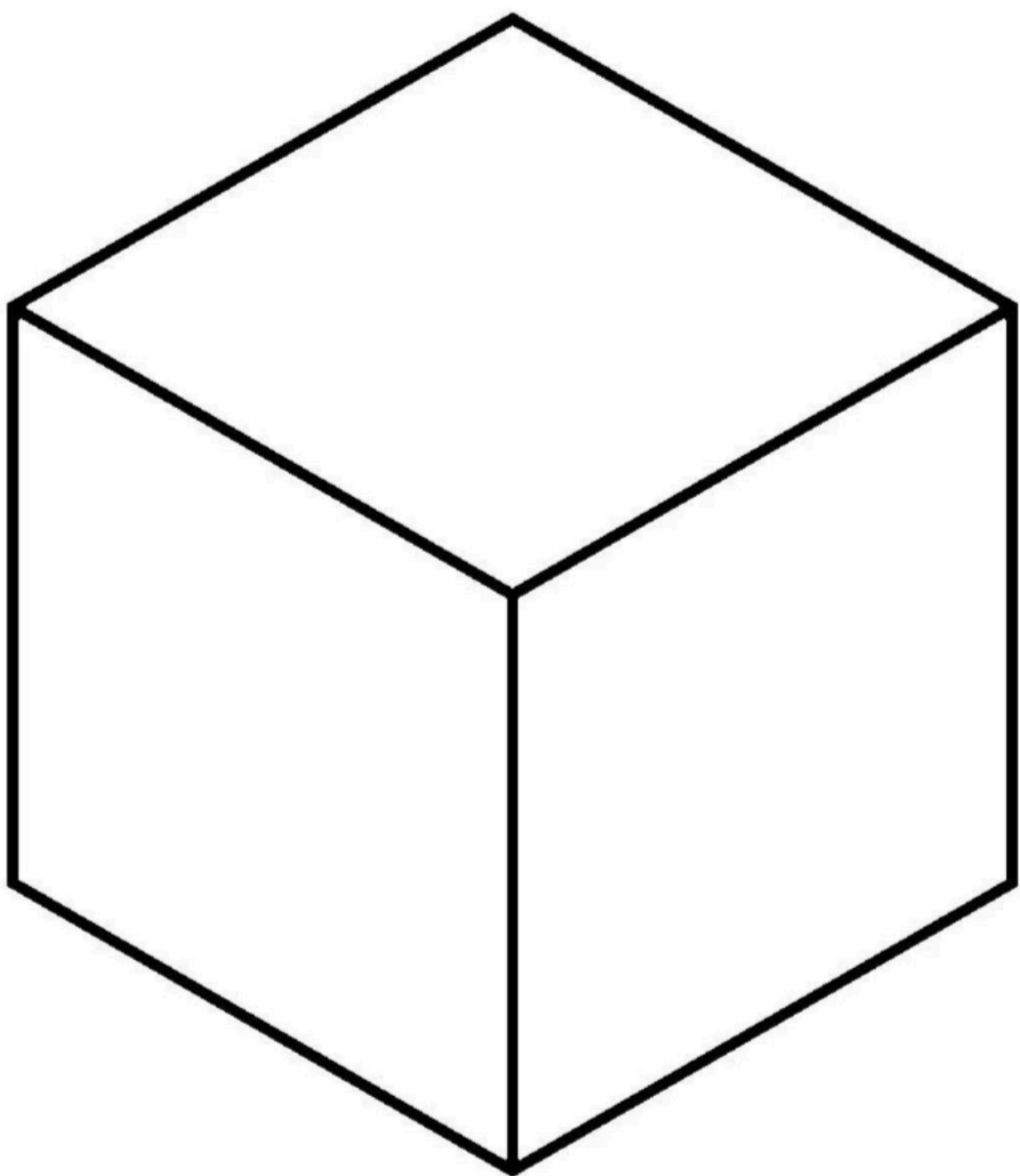
Sjónhverfing með teningum - Stærðfræði sem þig langar að snerta!

Allt sem þarf að gera er að prenta og klippa út teninginn. Síðan fá börnin fyrirmæli um að teikna aðeins á hlið 2 og hlið 3 eins og má sjá á myndinni.

Að lokum eru allir teningarnir settir saman, og þá myndast sjónhverfing.



Blað til útprintunar hér fyrir neðan.



Ævintýri úti og stærðfræðileikur þar sem börnin taka virkan þátt!

Ævintýrið um drekana í Tölubænum (hægt að prenta út og taka með sér úti)

Einu sinni var lítill bær sem hét Tölubær. Þar bjuggu vingjarnlegir drekar sem elskuðu að safna fallegum, glitrandi steinum.

Litli drekinn Eldur, vinkona hans Glóð og litli bróðir þeirra Neisti áttu stóra kistu fulla af steinum.

En einn morguninn þegar þau vöknðu, var kistan opin og steinarnir höfðu dreifst um allan bæinn.

„Ó nei!“ sagði Eldur. „Við verðum að finna steinana aftur. En til að gera það þurfum við hjálp frá snjöllum börnum!“

Þau gengu fyrst að litlu tré í garðinum. Þar lágu 2 steinar á jörðinni (getið þið fundið 2 steina?). Eldur leiaðit betur og fann 1 stein í viðbót undir laufblaði. (og 1 í viðbót?)

„Getið þið hjálpað mér að telja?“ spurði hann.

👉 **Hversu margir steinar eru nú hjá Eldi?**

Drekarnir héldu áfram og komu að litlum poka sem Glóð hafði misst daginn áður. Í pokanum voru **5 steinar**. (Börnin safna 5 steinum).

Glóð sá lítinn dreka sem átti engan stein og ákvað að vera góð og **gefa honum 2 steina**.

„Það er gott að deila,“ sagði hún brosandi.

👉 **Hversu margir steinar eru eftir í pokanum?**

Á leiðinni heim komu drekarnir að litlum læk. Þeir gátu ekki farið yfir nema byggja brú.

„Við þurfum **4 steina** til að byggja brú,“ sagði Neisti.

👉 **Getið þið hjálpað okkur að telja og safna 4 steinum?**

Brúin varð sterk og drekarnir gátu farið yfir.

Hinum megin við lækinn var dimmur hellir. Inn í hellinum fann Eldur **3 glitrandi steina**. Svo leit hann bak við stóran stein og fann **3 í viðbót**.

Augun hans glitruðu af gleði.

👉 **Hversu margir steinar eru nú saman?**

Þegar þau gengu út úr hellinum taldi Neisti steinana sína. Hann átti **6 steina**, en sá að litli vinur hans átti engan.

„Þú mátt fá **1 stein** frá mér,“ sagði hann.

👉 **Hversu margir steinar eru nú eftir hjá Neista?**

Drekarnir ákváðu að klifra upp á lítinn hól til að sjá yfir allan Tölubæinn. En til þess þurftu þeir að byggja **turn úr 5 steinum**.

👉 **Getið þið hjálpað þeim að byggja turn með 5 steinum eða kubbum?**

Turninn varð svo hár að þeir gátu séð allan bæinn.

Loks komu drekarnir aftur að fjársjóðskistunni sinni. Þegar þeir opnuðu hana fundu þeir **4 steina inni í kistunni**.

Á jörðinni við hliðina lágu **2 steinar í viðbót** sem höfðu fallið niður.

Eldur hló og sagði:

„Nú þurfum við bara að telja alla steinana!“

👉 **Hversu margir steinar eru allir saman?**

Þegar börnin hjálpuðu drekunum að finna svarið fylltist kistan aftur af glitrandi steinum.

„Takk fyrir hjálpina!“ sögðu drekarnir.

„Þið eruð bestu stærðfræðivinir sem við eigum!“

Um kvöldið héldu drekarnir **stóra veislu í Tölubænum**, og börnin voru heiðursgestir.

Mynstur í umhverfinu

Finnið efnivið í umhverfinu og búið til myndir.



Greinið mynstur og regluleika.

Skoðið form, hliðrun og speglun í myndunum.

Teljið einingarnar sem notaðar voru í hverja mynd.





Vettlingar

1. Flokka vettlinga

- Hvernig má flokka vettlingasafn?
- Til dæmis para saman, eftir efnivið, stærð, lit, þyngd eða gerð
- Skrá fjölda í hverjum flokki.
- Búa til mynstur eða mynd.

2. Mælingar með vettlingum.

- Notaðu lítinn vettling til að mæla lengd t.d. borðs.
- Mældu sama hlut með stórum vettlingi.
- Hvað þarf marga vettlinga til að þekja borðið?
- Hvað er vettlingur þungur?

3. Pláss í vettlingum

- Hvað komast margir kubbar í vettling?
- Hvað komast margar hendur í stóran vettling?

4. Vettlingabolti

- Setjið saman tvo vettlinga. Notið kúluna sem myndast eins og bolta.
- Hvað getið þið kastað langt?
- Hve oft getið þið kastað á milli tveggja? En þriggja?

Stærðfræðihugtök úti

Gögn:

- Myndavél
- Málband
- Autt blað
- Stífur pappi
- Litir
- Límstifti
- Skæri

1. Farið út og finnið einn manngerðan hlut og einn hlut úr náttúrunni.

2. Takið mynd af hverjum hlut fyrir sig.

3. Skráið niður hjá ykkur öll þau stærðfræðihugtök sem ykkur dettur í hug þegar þið skoðið hlutina. Nefnið allt sem ykkur dettur í hug að sé hægt að skoða, mæla og reikna út.

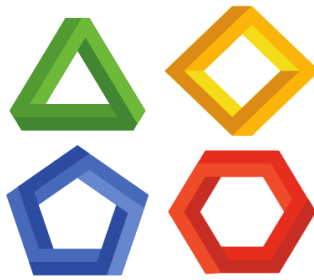
4. Komið síðan inn og vinnið verkefni.

Verkefni

- Prentið út myndirnar og límið þær á stífan pappa.
- Skriðið undir myndirnar hvaða hlutir þetta eru og hvar þið funduð þá.
- Síðan skráið þið hugmyndir ykkar undir myndirnar.

Skriðið orðið STÆRÐFRÆÐI efst á veggspjaldið og nöfnin ykkar neðst.

Festið veggspjaldið síðan á vegginn í stofunni.



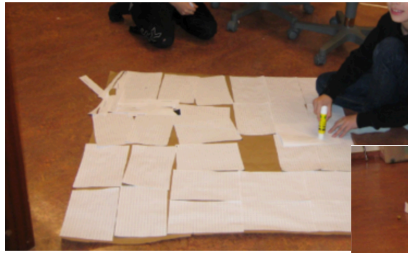
Mynstur

- Veljið ykkur efnivið og búið til mynstur.
 - a) Búið til mynstureiningu úr fjórum hlutum.
 - b) Endurtakið hana tíu sinnum.
 - c) Búið til hreyfingar fyrir mynstrið
 - d) Búið til hljóð fyrir mynstrið
 - e) Lýsið mynstrinu með orðum
 - f) Skráið mynstrið með táknum
- Fáiið einhvern til að vinna liði c – f með ykkur og gerið nýja útgáfu.

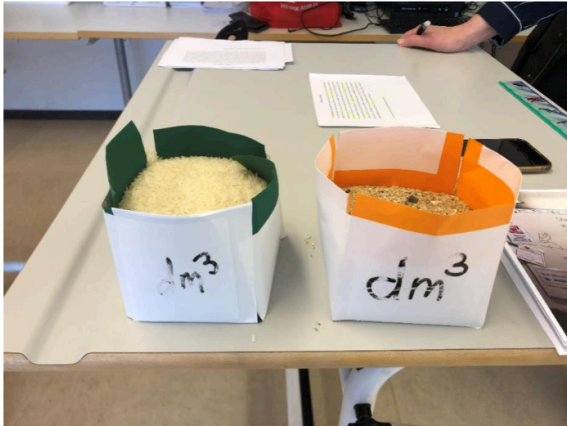
Flatarmál – ummál

Gögn:

- Maskínupappír
- Fersentimetrablöð
(hér má finna slíkt: [punktablað](#))
- Límstifti
- Skæri
- Málband



1. Nemendur byrja á að klippa 1×1 m (m^2) af maskínupappír. Síðan þekja þeir maskínupappírinn með fersentimetrablöðunum og líma þau niður. Þegar þökun er lokið ætti að vera búið að líma samtals 10.000 cm^2 á fermetrann. Nemendur eiga nú að sjá muninn á stærð fermetra og fersentímetra. Gott að ræða um stærð fermetrans út frá stærð á rúmi eða tjaldi og láta þá leggjast á fermetrann til að sjá hvort þeir geti átt rúm eða tjald sem er 1×1 m.
2. Næst er að mæla ummál fermetrans. Hvert er ummál fermetra sem er 1×1 m?
3. Því næst eiga nemendur að skipta fermetranum í tvo jafna hluta og líma saman aftur á annan hátt. Að því loknu mæla þeir ummálið aftur. Hefur það breyst? Af hverju? Hefur flatarmálið líka breyst? Af hverju ekki? Hægt er að prófa að leggjast á umbreyttan fermetra og ræða hvort hann henti betur sem rúm eða tjald.
4. Ef tími vinnst til geta nemendur umbreytt fermetranum enn meira og mæla ummálið aftur og ræða um hvað veldur því að það breytist en flatarmálið ekki.



Rúmmál

Metrakerfið hjálpar okkur að gera okkur grein fyrir stærðum. Mælitæki skipta máli og gaman getur verið að búa sér til mælitæki.

Hvað skyldi einn rúmdesímetri vera stór?

Áhöld: Reglustika, blöð, skæri og límband

Búið til rúmdesímetra.

- Klippið fimm ferninga sem hafa hliðarlengdina 10 cm.
- Límið þá saman og búið til kassa sem er einn rúmdesímetri.
- Fyllið kassann af kubbum og teljið hve margir kubbar komast í hann.
- Finnið fleira til að fylla kassann með og skráið fjöldann af einingum sem komast í hann, t.d. mól, spil eða litir.

Munið að skrá niðurstöður.

Gaman getur verið að vigta kassana.

Hvernig ætli rúmsentímetri líti út?

Rattleikur - Rúmfræðiform

Hópur: _____

Gögn:

Eitthvað til að taka myndir með

Verkefni

Finnið hlutina á listanum hér að neðan í skólanum eða á skólalóðinni. Takið skýra mynd af hverju atriði. Munið að vinna saman og virða reglur skólans!

Finnið (eða búið til) og takið myndir af dæmum um:

- ☐ Lóðrétt línu
- ☐ Skálínu
- ☐ Lárétt línu
- ☐ Samsíða línur
- ☐ Hornréttar línur
- ☐ Gleitt horn
- ☐ Hvasst horn
- ☐ Rétt horn
- ☐ Flatarmál
- ☐ Hring
- ☐ Rétthyrning
- ☐ Þríhyrning
- ☐ Kúlu
- ☐ Samhverfu
- ☐ Marghyrning
- ☐ Hringboga
- ☐ Sívalning
- ☐ Keilu
- ☐ Ummál

Setið svo myndirnar inn í Google Slides, eina á hverja glæru, þar sem þið útskýrið hvaða hugtak má sjá á hverri mynd.



Mjólkurferna

Efni: Þið þurfið að hafa 1,0 lítra mjólkurfernu þegar þið vinnið verkefnið.

1. Skrifið niður öll stærðfræðihugtök sem ykkur detta í hug þegar þið skoðið fernuna.
2. Mælið allt sem ykkur dettur í hug varðandi þessa fernu. Skráið allar mælingar skipulega niður með réttum mælieiningum.
3. Síðan skulið þið taka fernuna í sundur og teikna snið hennar á blað. Mælið hve mikinn pappa þarf til að búa til eina svona fernu. Munið að skrá réttar mælieiningar í þeirri vinnu.
4. Af hverju haldið þið að þetta sé kallað ferna? Hvaða stærðfræðihugtak er hægt að nota yfir lögun fernunnar?



Pakkaband

Fyrirtæki miða oft við tiltekna lengd, breidd og hæð pakka þegar ákvarða á flutningsgjöld. Þar sem pakkar geta verið ólíkir í laginu er þetta ekki alltaf réttlátt viðmið.

Fyrirtækið FÍF ákveður að leita leiða sem eru réttlátar en jafnframt einfaldar í framkvæmd. Fyrirtækið gerir kröfu um að allir pakkar séu krossbundnir. Upp kemur sú hugmynd að miða við lengd bands sem þarf til að krossbinda pakka.

Þróunarstjóri fyrirtækisins tekur að sér að prófa þetta. Hann ákveður að skoða hve stóran réttstrending er hægt að krossbinda með 2 metra löngu bandi. Hann miðar við að 25 sentimetrar

bætist síðan við til að hnýta bandið.

- Er mikill munur á rúmmáli réttstrendinga sem binda má um með 2 metra bandi? Sýnið að minnsta kosti 4-6 dæmi.
 - Hver er stærsti réttstrendingur sem hægt er að krossbinda með 2 metra bandi?
 - Finnst ykkur að þróunarstjórinn eigi að mæla með að þetta viðmið verði tekið upp?
- Rökstyðjið svar ykkar.

Pýþagóras

Eins og fram hefur komið er sönnun á setningu Pýþagórasar líkast til mikilvægasta framlag Pýþagóringa til stærðfræðinnar.

Í rétthyrndum þríhyrningi er summan af ferningum skammhliðanna jöfn ferningi langhliðarinnar.

Samband stærða hliðarlengda í rétthyrndum þríhyrningi má sanna með því að teikna beint ferninga út frá hverri hlið þríhyrningsins.

Dæmi:

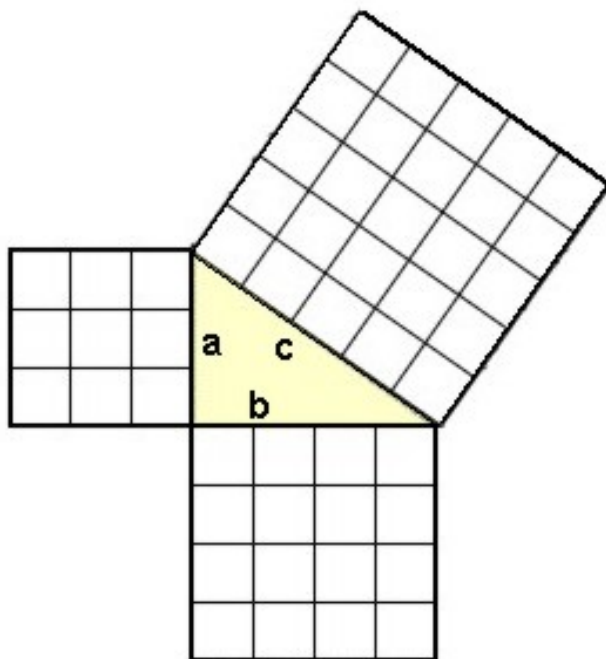
Teiknaður er rétthyrndur þríhyrningur með skammhliðarnar a og b . Lengdir skammhliðanna eru skráðar og hvor um sig hafin í annað veldi (a^2 og b^2).

Summa þessara ferningstalna er þá $a^2 + b^2$.

Ef $a = 3$ og $b = 4$ fæst $9 + 16 = 25$.

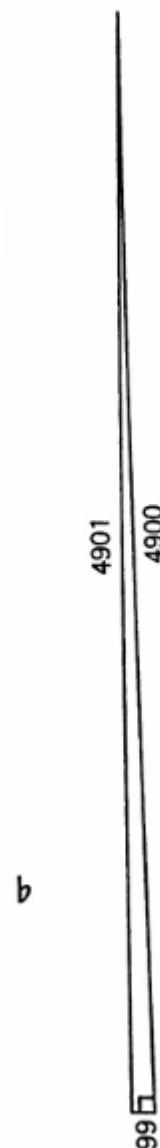
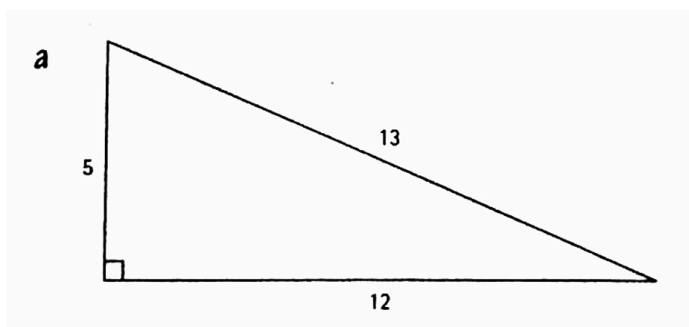
Ef lengd langhliðarinnar (c) er mæld og sú stærð hafin í annað veldi (c^2) kemur fram ferningstalan 25, sem er einmitt sama tala og summa ferningstalna skammhliðanna.

Ef $a = 3$ og $b = 4$ og þríhyrningurinn er rétthyrndur verður $c = 5$.



Pýþagóras verkefni:

1. Klippu úr rúðuneti þrjá ferninga. Einn ferningurinn á að hafa hliðarlengdina 6 rúður, annar hliðarlengdina 8 og sá þriðji hliðarlengdina 10.
2. Búðu til rétthyrndan þríhyrning með því að raða ferningunum á sama hátt og á myndinni.
3. Sýndu fram á að flatarmál stærsta ferningsins sé jafnt summu flatarmáls minni ferninganna.
4. Búðu til fleiri rétthyrnda þríhyrninga með hliðarlengdir sem eru margfeldi af 3, 4 og 5. Er summa ferningstalna hliðarlengda skammhliðanna alltaf sama tala og ferningstala hliðarlengdar langhliðarinnar?
5. Finna má fleiri gerðir rétthyrndra þríhyrninga sem hafa heilar tölur sem hliðarlengdir. Pýþagóringar fundu m.a. þá tvo sem eru í a-lið og b-lið. Sýndu fram á að setning Pýþagórasar gildi um þá.



Radíanar, pítsur og klukkur

Höf. verkefni: Unnur Sigmarsdóttir, kennari við Menntaskólann við Sund

<u>Nöfn nemenda</u>	<u>Uppáhalds álegg á pítsu</u>

Áhöld:

- Sími, reiknivél, (e.t.v. formúlublað sem fylgir)

Aðferð:

- Reiknið eftirfarandi pítsu- og klukkudæmi. Sýnið útreikninga ef þarf og skrifið öll svör ásamt einingum á þetta blað.

Verkefnaskil:

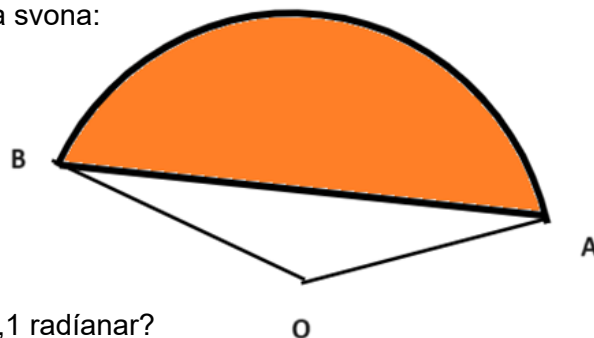
- Skilið fyrir gefinn tímafrest (merkið alla hópmeðlimi á úrlausnina):
-

16 tommu pítsa ($r = 20$ cm)

- Ef pítsan er skorin í 10 jafnstóra parta (sneiðar), hver er bogalengd hverrar sneiðar ?
- Hvert er flatarmálið á heilli pítsu ?
- En flatarmálið á einni sneið?
- Hver er hornastærð heillar pítsu í radíönun?
- En hvað er ein sneið margir radíanar?

Pítsuskurður ($r = 20$ cm)

Einn úr hópnum kann ekki að skera pítsuna og sker hana svona:



- Hvað er boginn AB langur ef miðhornið AOB er $2,1$ radíanar?
- Hvert er flatarmál pítsusneiðarinnar allrar? (skyggða og hvíta svæðið saman)
- Finndu flatarmál skyggðu pítsusneiðarinnar (rifjið upp flatarmálsregluna)

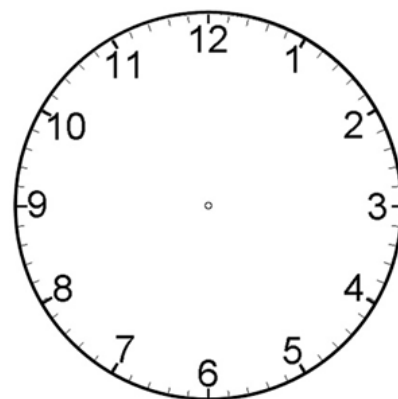
Grunnatriði um klukkur

- Skífan á klukkunni er 360° . Henni er skipt í **tólf** (klukkustundirnar) bil. Á milli talnanna eru fimm bil sem mæla mínútur.
- Milli klukkustundanna (talnanna) eru 30° ($\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$). Það þýðir meðal annars að þegar stóri vísirinn hreyfist einn hring, 360° og mælir eina klukkustund, hreyfist litli vísirinn 30° .
- Milli mínútustrika eru 6°

(60 strik í heilum hring $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ eða 5 strik á milli talna $\frac{30^\circ}{5} = 6^\circ$).

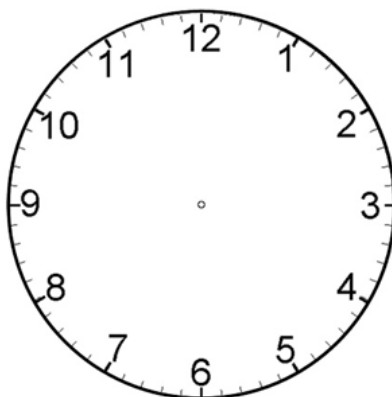
Klukkan er 2:00

- Teiknið stóra og litla vísi inn á klukkuna hér fyrir neðan. Hvað eru margar gráður á milli vísanna?
- Breytið gráðunum í radíana (notið almenn brot ef þið getið, ekki tugabrot).
- Nú færast stóri vísirinn frá 12 að 2 eða um tíu mínútur. Hvernig hefur litli vísirinn færst á meðan? Ritið svarið í gráðum.



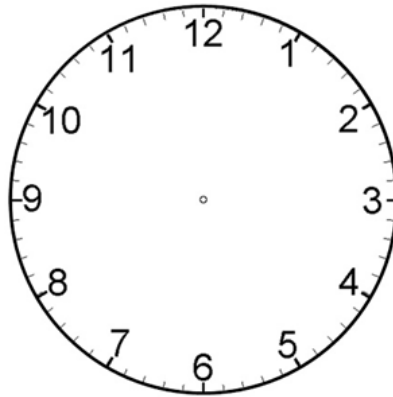
Klukkan er 11:15

- Teiknið stóra og litla vísi inn á klukkuna hér fyrir neðan. Hvað eru margar gráður á milli vísanna?
- Breytið gráðunum í radíana (notið almenn brot ef þið getið, ekki tugabrot).
- Reiknið út x-hnit á einingarhring miðað við cosínus af horninu (t.d. ef hornið væru 10° þá er $\cos(10^\circ) = 0,985$). Notið þrjá aukastafi.
- Gerðu það sama með sínus til að finna y-hnit á einingarhring. Notið þrjá aukastafi.
- Ef litli vísirinn myndi ná alla leið að einingarhringnum þá myndi hann skera hringinn í punkti með x og y hnit sem þið funduð hér að ofan. Skrifið nú hnit punktsins



Hvað er klukkan?

- Getið þið gefið dæmi um: hvað er klukkan þegar hornið [í gráðum] milli stóra og litla vísis er 15° (dálítið erfitt)? Teiknið svarið inn á klukkuna hér fyrir neðan.
- En getið þið gefið annað dæmi um: hvað er klukkan þegar hornið [í radíönum] milli stóra og litla vísis er $1/2$?



Einingahringur

- Útskýrið af hverju ummál einingahrings er 2π .
- Hver er skilgreiningin á π (pí) ?
- Hvernig reiknar maður flatarmál einingahrings?

Formúlublað með radfana verkefni

Hornafræði réttthyrnds þríhyrnings:

$$\tan \tan v = \frac{\text{mótlæg skammhlið}}{\text{aðlæg skammhlið}}$$

$$\sin \sin v = \frac{\text{mótlæg skammhlið}}{\text{langhlið}}$$

$$\cos \cos v = \frac{\text{aðlæg skammhlið}}{\text{langhlið}}$$

Nokkur nákvæm gildi hornafalla:

$$\sin \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \cos \cos 60^\circ$$

$$\sin \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \cos 45^\circ$$

$$\sin \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \cos 30^\circ$$

Flatarmál
þríhyrnings:

$$F = \frac{b \cdot c \cdot \sin \sin A}{2}$$

Sínusregla:

$$\frac{a}{\sin \sin A} = \frac{b}{\sin \sin B} = \frac{c}{\sin \sin C}$$

$$\frac{\sin \sin A}{a} = \frac{\sin \sin B}{b} = \frac{\sin \sin C}{c}$$

Kósínusregla:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \cos A$$

$$\cos \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Lota: $\sin \sin (v + n \cdot 360^\circ) = \sin s \cos \cos (v + n \cdot 360^\circ) = \cos \tan \tan (v + n \cdot 180^\circ) = \tan \quad n \in \mathbb{Z}$