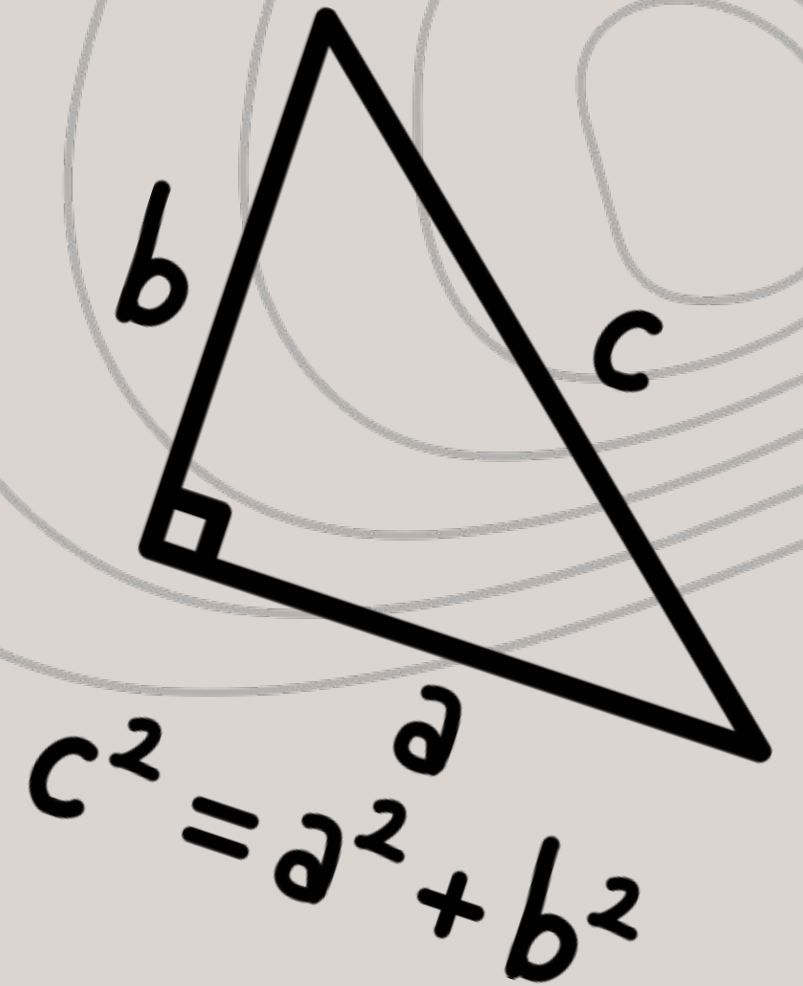


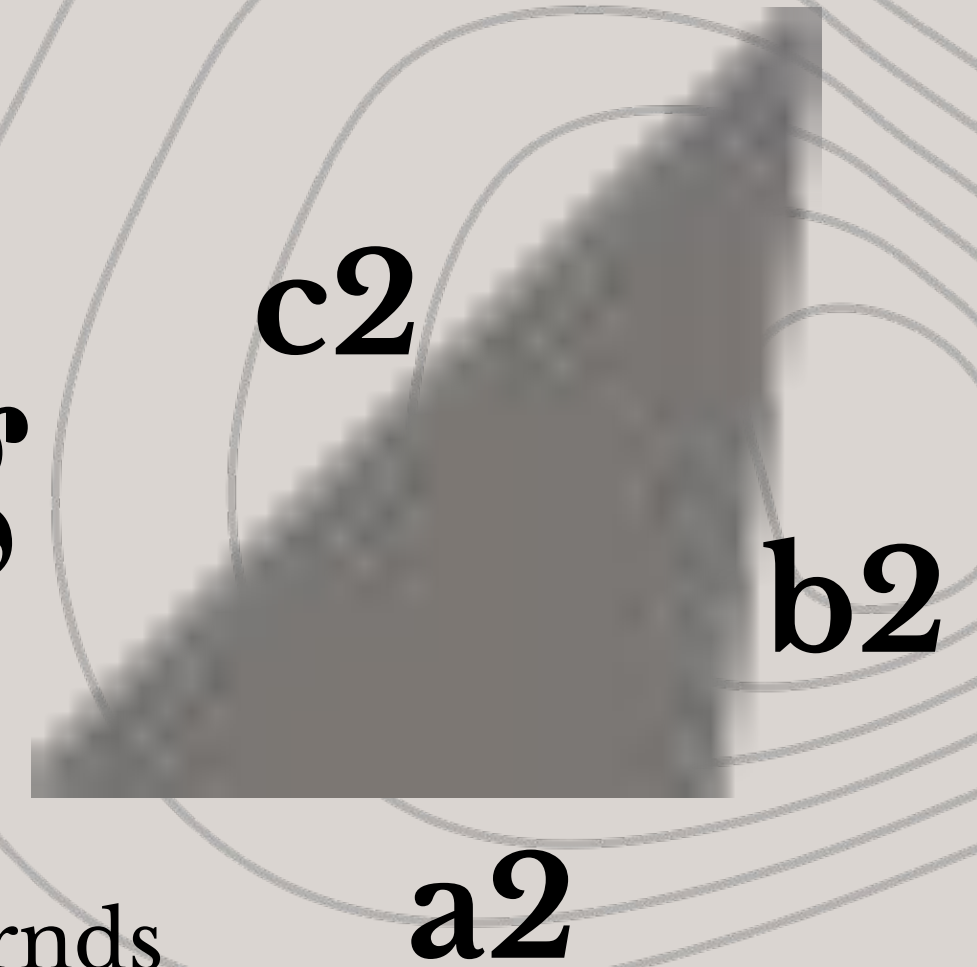
Stærðfræði 10. bekkur

Sönnun á setningu Pýþagórasar

Kamila og Margrét



Hvað er setning Pýþagórasar



Setning Pýþagórasar segir að skammhliðar rétthyrnds þríhyrnings, í öðru veldi og lagðar saman eru jafn stórar og langhliðin í öðru veldi, eða einfaldlega $a^2+b^2=c^2$.

Þá er hægt að finna óþekkta hliðarlengd á rétthyrndum þríhyrningi eða fundið hvort þríhyrningur sé rétthyrndur eða ekki. Tölur sem ganga upp í setningu Pýþagórasar nefnast Pýþagórískar þrenndir.

En hvernig sönnum við að setning Pýþagórasar sé sönn regla?

Það eru til yfir 370 leiðir til þess!



Sannanirnar

01

Ferningar í stærðunum a^2 og b^2 er raðað á ferning sem er $(a+b)^2$ á stærð.

Tómu svæðin er hægt að skera í rétthyrnda þríhyrninga og raðað upp á $(a+b)^2$ til að mynda svæðið c^2 .

02

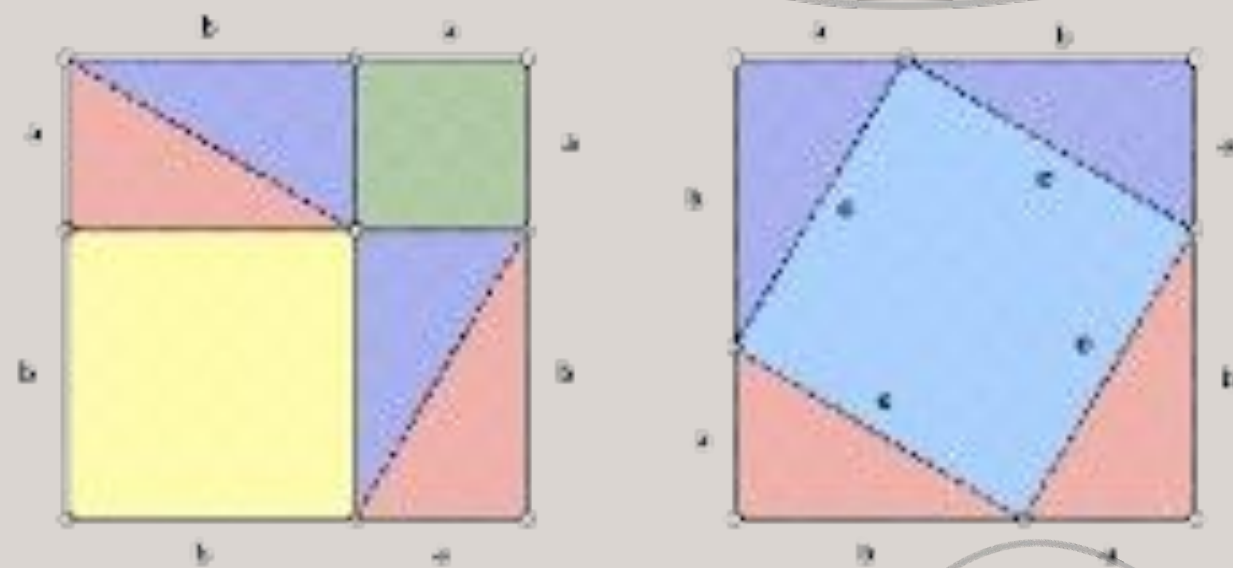
Bandi er skipt í 12 jafna hluta. Ef við höldum í bandið þannig að við strekkjum það út þannig að það er skipt í 3, 4 og 5 hluta að þá myndast rétthyrndur þríhyrningur. Þá erum við að vinna með Pýþagóríska þrennd.

03

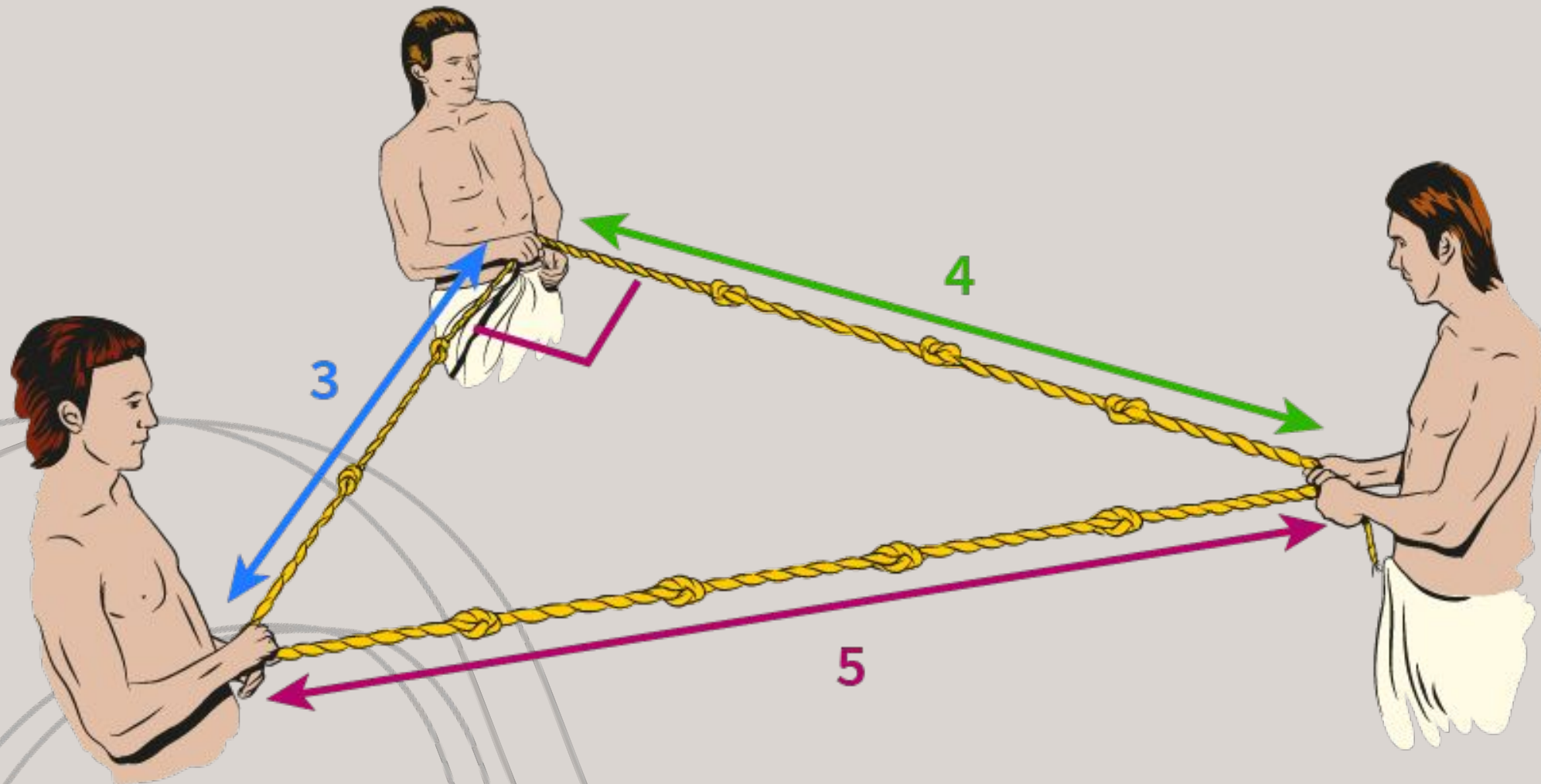
Þegar ferningur er búinn til með hliðarlengdum sem eru jafn langar og hornalengd minni fernings verður stærri ferningurinn alltaf tvöfalt stærri en minni ferningurinn.

Sönnun 1

Við erum með tvo fleti öðrum megin á pappanum, annar þeirra er merktur a^2 og hinn b^2 . Hina tómu fletina er hægt að skera í 4 jafn stóra þríhyrninga. Þessir þríhyrningar eru afgangssvæðið. Hinum megin á pappanum er stór flötur merktur c^2 . Þar í kring eru 4 þríhyrningar, sömu stærð og sömu þríhyrningar sem voru hinu megin. Það sýnir okkur að fletirnir a^2 og b^2 taka jafn mikið pláss og c^2 flöturinn, vegna þess að þríhyrningarnir eru jafn stórir.

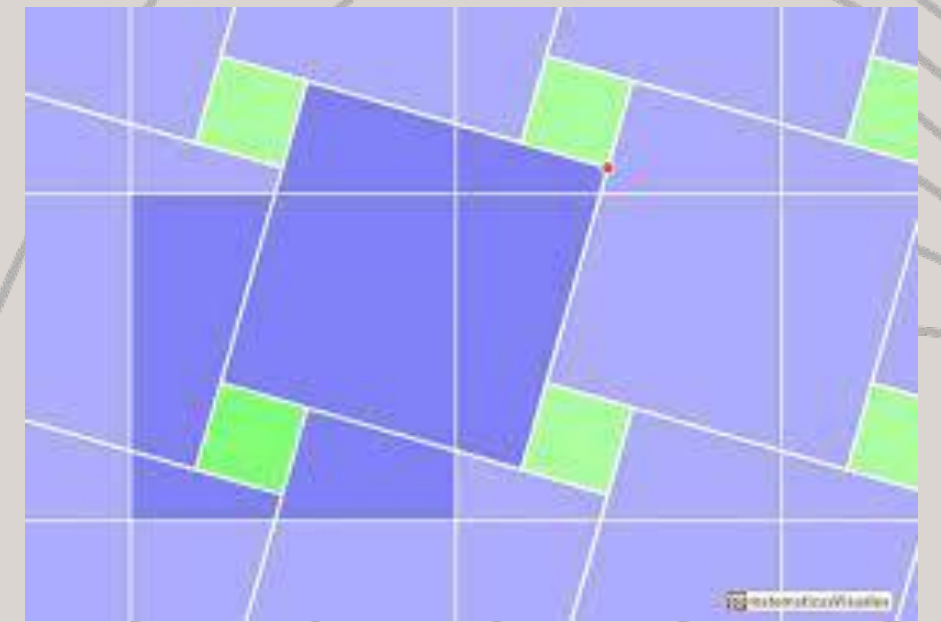


Sönnun 2



Við erum með band sem er 120cm í heild í þess tilfalli. Við bindum hnúta hverja 10cm, þannig það er 10cm bil milli allra hnútanna. Við sönnun reglu Pýþágórasar með þessari aðferð með því að ef við höldum í bandið þannig að við myndum rétthyrndan þríhyrning og strekkjum það út þannig að það er skipt í 3, 4 og 5 hnúta, þá myndast rétthyrndur þríhyrningur. Þá fáum við 3,4 og 5 hnúta eða 12 samtals. Þessar tölur sem við fengum eru Pýþágóraskar þrenndi, sem merkja það að ef við setjum þessar tölur í staðinn fyrir a2, b2

Sönnun 3



Svona gerir maður:

Við höfum ferning, í okkar tilfelli er hann 50cm^2 . Við reiknum út hornalínu hans með reglu Pýþagórasar. Við mælum út band sem er 4 sinnum lengra en hornalengdin. Í okkar tilfelli er hornalínan $70,71067812\text{ cm}$, þannig að samtals lengd bandsins verður $282,8427125\text{ cm}$. Þegar þetta band myndar ferning er ferningurinn akkúrat helmingi stærri en ferningurinn sem við mældum hornalengdina á.

Svona virkar sönnunin:

Formúla sönnunarinnar: $2a^2 = c^2$ Þessi sönnun sannar setningu Pýþagórasar því helmingur ferningsins, sem endar inni í nýja ferningnum, fyllir upp $1/4$ af flatarmáli nýja ferningsins. Til þess að fylla upp í nýja ferningin þurfum við því að fjórfalda hluta gamla ferningsins. Þá er dæmið svona: $a^2/2 \times 4 = c^2$.

Þá sjáum við að ef gamli ferningurinn væri orðinn þríhyrningur myndi þetta vera alveg eins og að sýna að $a^2 + b^2 = c^2$. Sumir segja að indverski stærðfræðingurinn Baudhayan, sem fann þetta upp, hafi verið fyrstur til að

Stærðfræði 10. bekkur

**Takk fyrir
okkur**

Kamila og Margrét