

DAGUR STÆRÐFRÆÐINNAR

27. september 2003

Tími og rúm



Dagur stærðfræðinnar

27. september 2003

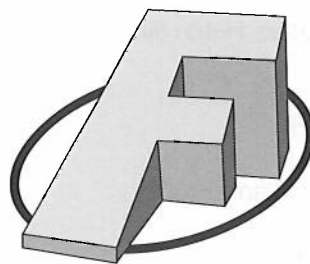
Tími og rúm

Tekið saman af:

Birnu Hugrúnu Bjarnardóttur, Helen Símonardóttur,
Kristjönu Skúladóttur og Meyvant Þórólfsyni

Teikningar:

Jón Kristján Kristinsson og fleiri



FLÖTUR
samtök stærðfræðikennara

Dagur stærðfræðinnar 27. september 2003

Tími og rúm

Tekið saman af: Birnu Huguínu Bjarnardóttur, Helen Simonardóttur, Kristjönu Skúladóttur og Meyvant Þórólfsyni

Teikningar: Jón Kristján Kristinsson og fleiri

Ritstjóri og ábyrgðarmaður: Birna Huguín Bjarnardóttir

Útgefandi: FLÖTUR, samtök stærðfræðikennara

Hönnun og prentun: Prentsmiðjan Oddi hf.

Efnisyfirlit

	Bls.
Formáli	5
Notkun ritsins	6
Uppbygging ritsins	6
Aðferðir og inntak	7
Tími og rúm	8
Tími	9
Rúm og form	10
Hugmyndir að umræðum um tíma og rúm	12
Tíminn	12
Hvað er tími?	12
Saga jarðar	12
Ókomin tíð – líkindafræði	13
Náttúrulegir tímamælar	13
Sveiflutími og tíðni	13
Virgni tímamæla	13
Landnám á Mars	14
Lífið á Júpiter	14
Tími og rúm frásagnar	14
Fortíð, nútíð og framtíð	14
Hvað eru rúm, form og lögun?	14
Tímaskipting eins sólarhrings	15
Gulliver nútímans	15
Stefna tíma og rúms	15
Verkefni	
Yfirlit yfir verkefni	16
Yngsta stig	
Um varanleika hluta í tíma og rúmi	17
Formin í umhverfi okkar	18
Aldur þinn	19
Tímaás	20
Lengd hvala	21
Rúmskynjun	22

Stefna og staðsetning	23
Sólúr	24
Þrír leikir með tímann	25
Klukkustund skipt í hluta	26

Miðstig

Gönguferð	27
Leiðin í skólann	28
Geimverurnar Kata og Nói	30
Rétthyrningar	31
Sólkerfið	32
Rúmmál vökva	34
Jafnarma þríhyrningar	36
Viðburðaríkt ár	37
Fáni dreginn að húni	38
Stundaglas	40

Unglingastig

Tímaás jarðsögunnar	41
Rúm og tölur – nanótækni	42
Rúm og tölur – ljósár	43
Hvenær eru páskar?	44
Að mæla rúm og form – sjálfvaldar mælieiningar	45
Hlutföll í rúmi	46
Skipting sólarhrings án klukku	47
Vísar á klukkuskífu rannsakaðir	48
Brýrnar í Königsberg	49
Í frjálsu falli	50
Klukkureikningur með grunntölu 12	51
Klukkureikningur með grunntölu 60 og 10	52

Þrautir um tíma og rúm	53
-------------------------------	----

Vefslóðir	63
------------------	----

Heimildaskrá	64
---------------------	----

Formáli

Flötur samtök stærðfræðikennara voru stofnuð fyrir tíu árum hinn 3. mars 1993. Markmið samtakanna eru fjórbætt:

- Að efla stærðfræðináms og stærðfræðikennslu í íslenskum skólum.
- Að stuðla að aukinni menntun stærðfræðikennara.
- Að vera vettvangur umræðna um markmið og áherslur í stærðfræðinámsi og stærðfræðikennslu í samræmi við þróun þjóðfélagsins, tækni og greinarinnar.
- Að veita kennurum stuðning við að takast á við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð.

Dagur stærðfræðinnar 27. september er orðinn fastur liður í íslensku skólastarfi. Stjórn Flatar samtaka stærðfræðikennara ákvað að þema ársins 2003 yrði tími og rúm. Í tilefni dagsins gefur Flötur út hugmyndahefti fyrir kennara vegna **Dags stærðfræðinnar** í fjórða sinn.

Í fyrsta sinn er nú gerð tilraun með að láta ákveðnar upplýsingar tengdar ritinu vera á heimasíðu Flatar <http://flotur.ismennt.is> og geta kennarar nálgast þær þar. Á þetta við um ýmis vinnublöð fyrir nemendur, nánari vísbendingar með þrautum og svör við þrautum og verkefnum.

Að þessu sinni ber 27. september **Dag stærðfræðinnar** upp á laugardag. Vonast er til að kennarar hvers skóla færi **Dag stærðfræðinnar** til eftir því sem best hentar þannig að föstudaginn áður eða mánudaginn eftir verði unnin sérstök verkefni um tíma og rúm.

Við gerð ritsins studdist rithópurinn við meistaraprófsverkefni Meyvants Þórólfsssonar sem heitir *Tími og rúm* og er handbók fyrir starfandi og verðandi grunnskólakennara um smíði þekkingar í ljósi félagslegrar hugsmíðakenningar. Kom handbókin að góðum notum og hafi Meyvant bestu þakkir fyrir sem og aðrir er að ritinu komu.

Birna Hugrún Bjarnardóttir
formaður Flatar

Notkun ritsins

Rit þetta er fyrst og fremst ætlað kennurum þó öðrum sé að sjálfsögðu heimilt að nýta sér það að vild. Við uppbyggingu ritsins var haft í huga að það yrði aðgengilegt kennurum.

Á heimasíðu Flatar er að finna ýmis vinnublöð til útprentunar fyrir nemendur sem tilheyra nokkrum verkefnum í ritinu. Lausnir nokkurra verkefna má einnig finna þar svo og vísbendingar með þrautum og lausnir þrauta.

Vefslóð samtakanna er: <http://flotur.ismennt.is>

Uppbygging ritsins

Segja má að ritið skiptist í fjóra meginhluta.

Tími og rúm er viðfangsefni fyrstu þriggja inngangskafla ritsins. Þar er komið inn á hve flókin þessi fyrirbæri geta verið og hversu mikilvægt það er að skólinn komi til móts við nemendur til að þeir skilji þau.

Hugmyndir að umræðum um tíma og rúm er næsti hluti ritsins. Þar eru margar hugmyndir að umræðum um tíma og rúm sem kennarar geta nýtt sér. Umræður kennara og nemenda eða milli nemenda er skemmtileg leið til þess að ræða um ákveðin efni og fræðast þannig af viðmælendum sínum.

Verkefni er stærsti hluti ritsins. Þar er að finna margar hugmyndir að verkefnum sem kennarar geta lagt fyrir nemendur. Mörg verkefnanna eru hópverkefni og er nokkur áhersla á verklega vinnu. Auk þess þurfa mörg þeirra góðan tíma og þau krefjast umræðna. Hafa verður í huga nauðsyn þess að nota markvisst stærðfræðihugtök þegar rætt er um fyrirbæri tengd tíma og rúmi.

Verkefnunum í ritinu er skipt í þrjá flokka eftir aldri nemenda. Það eru u.þ.b. tíu verkefni í hverjum hluta. Ef taflan „Yfirlit yfir verkefni“ er skoðuð má sjá hvernig örvar gefa til kynna á hvaða aldurstigum verkefnin nýtast og fer það eftir eðli og umfangi hvers verkefnis. Einnig er nauðsynlegt að taka tillit til mismunandi nemendahópa.

Hvert verkefni er sett upp á eftirfarandi hátt:

Aldur nemenda er lauslega ákveðinn en nánar má sjá á „Yfirlit yfir verkefni“ á hvaða aldurstigi má nýta þau og er kennurum það í sjálfvald sett.

Markmið allra verkefna taka mið af *Aðalnámskrá grunnskóla 1999*.

Efni sem kennari þarf að hafa við höndina þegar verkefnið er lagt fyrir er tilgreint undir þessum lið.

Lýsing er tillaga að kennsluferli.

Til umhugsunar er tillaga um það hvernig má þróa verkefnið áfram.

Skýringarmyndir eru þar sem þær eiga við.

Þrautir um tíma og rúm er síðasti hluti ritsins. Þrautunum er skipt í þrjá þyngdarflokkka og eru flokkarnir aðgreindir með teningum þannig að undir einum punkti eru léttustu þrautirnar, undir tveim punktum eru nokkuð þyngri þrautir og undir þremur punktum eru þyngstu þrautirnar. Kennarar eru hvattir til að velja þær þrautir sem hæfa getu hvers nemanda eða nemendahóps.

Aðferðir og inntak

Í þessu hefti eru settar fram hugmyndir að margvíslegum viðfangsefnum þar sem tími og rúm koma við sögu. Við vonumst til að kennarar viðhafi sveigjanleika í kennsluháttum þegar þau eru lögð fyrir og taki mið af öllum aðferðamarkmiðum og inntaksmarkmiðum *Aðalnámskrár grunnskóla* 1999. Þannig verði lögð áhersla á samspil hins daglega tungumáls við sértæk hugtök stærðfræðinnar, táknmál hennar og aðferðir. Nemendur þurfa að fá tækifæri til að skapa, rannsaka, rökstyðja, rita, lesa, útskýra, setja fram og hlusta á hugmyndir hvers annars. Verkefni og þrautir sem hér fylgja bjóða upp á margvíslegar lausnaleiðir, bæði sjálfvaldar og kennarastýrðar eftir aðstæðum. Þau bjóða einnig upp á frjóar umræður, röksemdafærslur og tengsl við daglegt líf og önnur svið í námi. Eðlilegt er að gefa nemendum svoltið lausan tauminn í glímunni við hin fjölbreytilegu viðfangsefni, enda má gera ráð fyrir börn séu eins ólík og þau eru mörg hvað varðar námsstíl og getu.

En þrátt fyrir þörfina á sveigjanleika og einstaklingsmiðuðu skipulagi megum við ekki gleyma að stærðfræðinám á sér skýrt inntak. Við viljum að nemendur okkar nái tókum á mikilvægum stærðfræðilegum hugtökum og öðlist færni í helstu aðferðum greinarinnar. Þannig þurfa öll börn að öðlast talnaskilning og ná tókum á talnareikningi, kynnast hlutföllum og prósentum, reglum og mynstrum, táknmáli og aðferðum algebru, rúmfræði, mælingum, líkindafræði og tölfræði.

Sum verkefnin eru þess eðlis að þessi grundvallarhugtök eru undirliggjandi og má þá segja að markmiðið sé að nemendur öðlist heildarsýn og kynnist meginhugmyndum. Dæmi um slík verkefni eru tímaásar þar sem stærðfræði er tengd öðrum námsgreinum eins og sögu, náttúruvísindum og móðurmáli. Önnur verkefni geta haft það markmið að nemendur öðlist skilning á afmörkuðum hugtökum og aðferðum. Dæmi um þau eru ritun stórra talna sem mæla tíma eða rúm. Þá er verið að þjálfna nemendur í táknmáli, framsetningu svonefnds staðalforms talna og jafnframt að láta þá fá tilfinningu fyrir stórum mælitölum og ritun þeirra.

Tími og rúm

Hvað vitum við um fortíðina? Hvernig tekst okkur að varðveita vitneskju um liðna atburði? Við búum yfir talsverðri vitneskju um fortíðina, en líklega er sú vitneskja minni en margan grunar. Ýmislegt gerðist til dæmis fyrir einni mínútu, klukkustund eða viku sem við munum aldrei fá að vita um, hvað þá um atburði sem áttu sér stað fyrir einu ári, öld, árbúsundum eða milljónum ára. En því meiri vinnu sem við leggjum í að skrá, rannsaka, reikna og ræða um liðna atburði, þeim mun betri upplýsingar höfum við um þá.

Hvað vitum við um framtíðina? Hversu örugga vitneskju höfum við um hvað muni gerast á næstu mínútu, næstu klukkustund, næstu viku, næsta ári, næstu öld? Í raun vitum ekkert með vissu í þessum efnum, annað en að ör tímans heldur flugi sínu áfram. Kyrrstaða er ekki til í hinu þrívíða rúmi, allt er á fleygiferð og tekur stöðugum breytingum. Sumar hreyfingar greinum við glögg, aðrar komum við ekki auga á nema með skipulegum rannsóknum.

Þannig líður allt áfram. Fortíðin er farin og kemur aldrei aftur. Eftir sitja minningar og reynsla sem við reynum að læra af. Við skráum hjá okkur alls kyns upplýsingar um liðna tíð og nýtum okkur þær þegar á þarf að halda. Núinu, það er hinn liðandi stund, reynum við að ráðstafa á sem skynsamlegastan hátt svo framtíðin falli sem best að væntingum okkar, líkt og flakkarnir Estragon og Vladimir sem biðu eftir Godot í leikriti Samuels Becketts. Í raun tekur hver einasta vitsmunavera þátt í þessu leikriti tíma og rúms, enda er það driffjöður alls náms. Þótt við fjöllum að mestu leyti um fortíðina og nútímann í námi og kennslu, gefur það auga leið að framtíðin skiptir ekki síður máli.

En hvað hefur saga tíma og rúms að gera með stærðfræðinám? Jú, ef við skynjuðum ekki framrás tímans og sæjum ekki stöðugar hreyfingar og breytingar, þyrftum við líklega ekki svo mikið á stærðfræði að halda. Við getum litið á hana sem gagnlegasta tækið til að lýsa hinum síkvika veruleika er við skynjum allt í kringum okkur. Tökum nokkur dæmi: Lífverur vaxa og rýrna, framleiðsla neyslunnar er mæld og vegin, öll fyrirbæri hafa ákveðinn endingartíma sem við mælum, viðskipti eiga sér stað, hlutir breyta um staðsetningu og lögun, þeir hafa hraða, hröðun, þenslu og útbreiðslu, á heimilum mælum við suðutíma og bökunartíma og þannig mætti halda endalaust áfram.

Lítum nú á markmið Aðalnámskrár grunnskóla í stærðfræði með tilliti til framangreindrar þróunar. Þar standa hæst svonefnd aðferðamarkmið með áherslu á beitingu tungumáls, lausnir verkefna og þrauta, röksemdafærslur og tengsl við daglegt líf og önnur svið. Inntaksmarkmiðin eru tölur og talnareikningur, hlutföll og prósentur, mynstur og algebra, rúmfræði og mælingar og líkindi og tölfræði. Tími og rúm eru grundvallarhugtök sem koma óhjákvæmilega við sögu í öllum framangreindum markmiðum. Þessi hugtök eru þess eðlis að fjalla ætti um þau á eins fjölbreytilegan hátt og mögulegt er, bæði heildstætt í samhengi við önnur svið en stærðfræði og einnig sundurgreint þar sem nemendur glíma við einstök stærðfræðileg hugtök eða aðferðir í ljósi tíma og rúms.

Tími

Lítum aðeins nánar á fyrirbærið tíma. Tíminn hefur margvíslega sérstöðu sem aðrar magnstærðir hafa ekki. Við getum séð fjarlægðir og fundið hitastig og massa en við getum ekki notað skilning-arvit okkar til að sjá eða finna tímann. Við getum fengið okkur reglustiku eða hitamæli og mælt með þeim. Slíka mæla getum við svo lagt til hliðar og geymt í langan tíma og þeir verða jafnnýti-legir eftir sem áður. En klukka, mælistikan fyrir tíma, er aðeins nýtileg ef maður heldur henni gang-andi. Hæpið er að hún gangi enn eftir 10 ára eftirlitslausa geymslu.

Aðferðir við að mæla tíma geta verið með ýmsum hætti, allt frá því að fylgjast einfaldlega með fyrirbærum náttúrunnar, t.d. sólargangi, okkar eigin hjartslætti eða sjávarföllum upp í að mæla nákvæmlega lítil sekúndubrot með manngerðum, tölvustýrðum búnaði. Til að hægt sé að mæla tíma, hverjar sem aðferðir okkar eru, þurfa mælar okkar að hafa einhvern ákveðinn sveiflutíma, þ.e. skilgreindan tíma sem ein umferð, sveifla eða lota tekur. Til dæmis tekur það jörðina um $365 \frac{1}{4}$ dag að snúast um sólina og litla vísinn á klukku 12 stundir að fara einn hring. Sveiflutími pend-úls í gamalli stofuklukku er háður eigin lengd og aðdráttarkrafti jarðar og lota tímaglass er háð stærð og efnisinnihaldi. Tímamælar okkar hafa líka ákveðna tíðni, þ.e. mælikvarða á hversu marg-ar sveiflur, lotur eða umferðir eiga sér stað á tímaeiningu. Til dæmis snýst jörðin um sjálfa sig $365 \frac{1}{4}$ sinnum á ári.

Þannig má nota allt sem hreyfist, sveiflast eða snýst með jöfnum hraða sem tímamæla. Allir mann-gerðir tímamælar hafa ákveðinn sveiflutíma og eigin tíðni. En til að þeir virki þurfum við einhvern búnað til að halda þeim gangandi og orku til að viðhalda hreyfingunni, t.d. rafmagn, stöðuorku í fjöður eða þyngdarkraft jarðar. Loks þurfum við jafnan teljara eða búnað sem sýnir taktinn, t.d. vísa á klukku eða teljara í tölvu.

Nú við upphaf þriðja árpúsundsins frá fæðingu Krists tifa klukkur fyrir augum okkar hvar sem við förum, sumar hanga á veggjum, sumar eru festar um úlnið okkar, en aðrar eru huldar sjónum okkar sem hluti af flóknum tölvubúnaði. Allir þessir hljóðlitlu tímamælar, sýnilegir sem ósýnilegir, stjórna orðið lífi okkar jafnt í svefni sem í vöku meira en nokkurn grunar. Nútímaklukkur mæla ár, mánuði, daga, klukkustundir, mínútur, sekúndur, sekúndubrot og brot úr sekúndubrotum með svo líttli skekkju að við gætum aldrei skynjað hana. Og tif þeirra heldur sleitulaust áfram svo fram-arlega sem við tryggjum þeim orku til að ganga. Án hennar gæti engin klukka gengið, sama hversu fullkomin hún væri.

En fæst okkar þekkja hina merkilegu þrautasögu sem liggur að baki þessa meistaraverks mann-eskjunnar. Líklega eru tímamælar meðal þeirra uppfinninga sem bera skýrastan vott um vitsmuna-lega hæfileika mannsins fram yfir aðrar lifandi verur jarðar til að leysa flókin vandamál. Það að geta hannað fullkominn búnað sem gengur í takt við gangverk sjálfrar náttúrunnar er stærra vís-indalegt afrek en sýnist í fyrstu. Enda voru það færustu hugsuðir, eðlisfræðingar, stjörnufræðing-ar, stærðfræðingar og handverksmenn sem ruddu brautina á þessu sviði og það kostaði þá lang-an og strangan vinnutíma, mikil heilabrot og óbilandi þolinmæli. Meðal þeirra voru ítalski eðlis- og stjörnufræðingurinn Galileo Galilei, hollenski eðlis- og stærðfræðingurinn Christian Huygens, svissneski Nóbelsverðlaunahafinn Charles-Edouard Guillaume og síðast en ekki síst breski hand-verksmaðurinn og meistari hugar og handa, John Harrison, sem tókst með þrautseigju sinni að smíða fullkominn tímamæli til notkunar á hafi úti. Til marks um snilldina að baki smíðinni á klukk-uverki, má geta þess að Harold nokkur Varmus, forseti Memorial Sloan-Kettering krabbameins-stöðvarinnar í New York, valdi samsetningu klukku sem samlíkingu til að undirstrika hversu flókið læknisfræðilegt afrek það væri að kortleggja genamengi mannsins. Hann sagði að líkja mætti stöðunni nú á dögum í genarannsóknum við það að barn hefði tekið í sundur klukku, dreift úr hlutunum fyrir framan sig og reyndi síðan að átta sig á því hvernig klukkuverkið virkaði.

Rúm og form

Rúm og form eru ekki síður mikilvæg með tilliti til stærðfræðináms en tíminn og þegar öllu er á botninn hvolft má segja að tími, rúm og form séu svo samofin að ógerningur sé að fjalla skipulega um eitt þessara fyrirbæra án þess að hin fylgi með. Tími og rúm hefðu í raun litla merkingu ef við skynjuðum ekki efnislega hluti og form. Sjálfur Albert Einstein sagði að tími og rúm væru óhugsandi án efnislegra fyrirbæra eins og sólarinnar, reikistjarnanna og annarra geimfyrirbæra. Í upptalningu Einsteins var jörðin okkar, þetta agnarsmáa og merkilega gróðurhús í stórum, myrkum alheimi, síst undanskilin. Gleymum ekki að öll þessi fyrirbæri eru á fleygiferð, jörðin okkar einnig. Hún er hluti af stærra kerfi, sólkerfinu, sem ferðast með ógnarhraða um himingeiminn, en sólkerfið er aftur hluti stjörnuþoku sem við nefnum Vetrarbrautina. Hún er ein af hundruðum þúsunda milljóna stjörnuþoka sem taldar eru vera til. Jörðin snýst um sólina einn hring á ári, hún snýst um sjálfa sig einn hring á sólarhring og hún sjálf og allir hlutir sem tilheyra henni taka stöðugum breytingum vegna orkuflæðis, veðrunar, efnabreytinga, ýmissa innri krafta og svo framvegis. Og höfum í huga að lífheimur jarðarinnar er allur síkvikur sama hvert litið er. Öflugasta tækið sem við höfum til að lýsa öllum þessum hreyfingum í fortíð, nútíð og framtíð er stærðfræði.

Menn hafa þróað fjölmörg stærðfræðileg kerfi til að lýsa hinum þrívíða veruleika og þróun hans, en ekkert þeirra hefur reynst fullkomið fremur en önnur manngerð kerfi. Til eru margvísleg rúmfræðileg kerfi, bæði til að mæla form og lýsa þeim. Einna þekktust þeirra er líklega frumsendukerfi Evklíðs sem varð til fyrir um 2300 árum og hnitarrúmfræði René Descartes frá 17. öld. Þessi kerfi hafa verið notuð við rúmfræðikennslu allt fram á okkar daga.

Langt er síðan menn sáu þörfina fyrir að lýsa sínu nánasta umhverfi, mæla það og meta. Hér á landi sem annars staðar þekktust margvíslegir náttúrulegir mælikvarðar til að mæla og meta rúmið allt frá landnámi svo sem dagleið, spönn og engjaslátta. Eftir því sem fram liðu stundir urðu aðferðirnar nákvæmari og samræmdari. Nú á dögum höfum við fullkomin og samræmd mælikerfi eins og metrakerfi sem hjálpa okkur að lýsa rúminu og formum þess og einnig hafa menn þróað flóknar reikniaðferðir til að fylgjast með breytingum í rúminu. Af þessum margbreytilegu mælikvörðum til að meta rúmið hafa einvíðir og þrívíðir mælikvarðar verið algengastir. Tvívíðir mælikvarðar voru og eru sjaldgæfari, enda upplifum við veruleika okkar sem þrívíðan. En þrátt fyrir það fjöllum við um veruleikann og skiptumst á hugmyndum um hann í tvívíðu plani. Allir helstu miðlar okkar eru nefnilega tvívíðir, svo sem kúrttaflan, reikningsbókin, teikniblokkinn, málverkið, sjónvarpsskjárin, tölvuskjárin og kvikmyndatjaldið. Stærðfræðinám, þar með talið rúmfræðinám, fer að mestu fram gegnum slík tvívíð plön. Við teiknum þrívíð fyrirbæri á tvívíðan pappír, iðkun evklíðskrar rúmfræði og hnitarrúmfræði fer fram á pappír og menn þróuðu reiknivísi (calculus) til að lýsa hreyfingum og breytingum í rúminu gegnum tvívíða miðla, svo sem pappír og kúrttaflur og þannig iðka menn þau vísindi enn í dag, þótt tölvur hafi að vísu sett mark sitt á slík vinnubrögð á síðustu tímum.

En hvað sem öðru líður þá eru allir sammála um að manneskjan þurfi að kynnast hinu eiginlega rúmi og formum þess með beinni skynjun milliliðalaust. Bæði náttúran og manngert umhverfi búa yfir óendanlegum fjölbreytileika hvað eiginleika og lögun snertir og það er óhjákvæmilega grundvallarþáttur í öllu námi að efla rúmskynjun og skilning á rúmi og formum. Öll látum við okkur varða staðsetningu hluta, afstöðu, stærð, gerð og lögun. Enda hefur þetta allt sinn tilgang: Lögun flugvélarvængsins gerir það að verkum að við getum svifið um loftin blá og unnið gegn

aðdráttarkrafti jarðar, hring- og kúlulögun auðveldar hreyfingu, burðarvirki bygginga og brúa hefur ákveðna lögun og skipulag til að standast krafta sem á þau verka og gullinsnið og önnur mynstur í manngerðum listaverkum veita okkur unað og lífsfyllingu eins og ýmis sambærileg mynstur í náttúrunni. Öll fyrirbæri sem við sjáum og getum þreifað á tilheyra rúminu, þessu óræða, gríðarstóra, myrka og hrollkalda rúmi sem enginn veit hvar hófst eða hvar endar.

Hugmyndir að umræðum um tíma og rúm

Eins og segir í formála hafði rithópurinn handbók Meyvants Þórólfsssonar um tíma og rúm að leiðarljósi við gerð þessa rits. Handbókinni er ætlað að vekja lesendur til umhugsunar um eðli þekkingar í síbreytilegum heimi þar sem allir hlutir eru á hreyfingu og kyrrstaða er ekki til. Efni handbókarinnar er sett fram á aðgengilegan hátt og hún vekur lesandann til umhugsunar um hve tími og rúm eru óendanlega samofin lífi manneskjunnar. Handbókin er skemmtileg aflestrar og eru kennarar hvattir til að kynna sér efni hennar.

Í bókinni nálgast Meyvant hugtökin tíma og rúm á mjög fjölbreyttan hátt. Meðal annars nálgast hann þau út frá heimspeki og að sjálfsögðu eru tengsl þeirra við náttúrufræði mikið til umfjöllunar. Mikið er lagt upp úr umræðum og vangaveltum nemenda um tíma og rúm. Þetta er heillandi nálgun að því markmiði að nemendur skilji hugtökin tími og rúm sem best.

Hér fyrir neðan eru nokkrar hugmyndir að umræðuefnum um tíma og rúm sem hægt er að taka fyrir með nemendum. Flest þeirra krefjast þess að gefinn sé rúmur tími til umræðna og stundum bjóða þau upp á áframhaldandi vinnu með nemendum. Markmið með þessum umræðum er að fá nemendur til að velta hlutunum fyrir sér í þeirri von að skilningur þeirra aukist og dýpki.

Tíminn

Hugmyndir að umræðum um tíma með yngri nemendum. Gott er að skrá hugmyndir nemenda á flettistöflu.

Hvað er tími?

Til hvers eru klukkur?

Af hverju þurfum við að mæla tímann?

Hvenær virðist tíminn ganga hægt og hvenær virðist hann ganga hratt?

Hver er besti tíminn að deginum?

Hvaða vélar hafa tímastilli?

Hvað er tími?

Biðjið nemendur að velta fyrir sér spurningunni „Hvað er tími?“ Biðjið þá svo að svara henni skriflega í heilum málsgreinum á nafnlaus blöð. Látið alla skoða öll svörin og flokka þau eftir sjálfvöldu kerfi. Hafið umræðu um hinar mismunandi hugmyndir. Æskilegt er að bekkurinn komist að lokum að sameiginlegri niðurstöðu um hvað er tími.

Saga jarðar

Nemendur eru beðnir um að kynna sér í heimildum allt sem þeir finna um aldur og þróun jarðar á skólasafni eða á vefnum. Síðan fara fram umræður í kennslustund um hin ýmsu tímaskeið og viðburði í þessari þróun. Rissaður er upp tímaás á töflu eða maskínupappírsörk og merkt inn á hann jafnóðum og umræður fara fram. Vinna má áfram með slíkan tímaás.

Markmið með umræðum er að nemendur fái tilfinningu fyrir þeim langa tíma sem það hefur tekið jörðina að fá á sig þá mynd sem við sjáum í dag og kynnist helstu jarðsögutímabilum. Umræðan miði einnig að því að nemendur skilji að tímaskeið mannsins er lítill hluti af þessari miklu þróun sem mun halda áfram eftir að skeiði mannsins lýkur.

Ókomin tíð - líkindafræði

Ógerlegt er að spá fyrir um ókomna tíð með öryggi, þótt við getum til hagræðingar sagt að allir atburðir falli undir lögmál líkindafræði sem má í grófum dráttum lýsa á eftirfarandi hátt: a) ómögulegt að atburður gerist, b) ólíklegt að hann gerist, c) jafnar líkur á að hann gerist eða gerist ekki, d) líklegt að hann gerist eða e) öruggt að hann gerist.

Nemendur spá fyrir um ýmsa ókomna viðburði og fella undir þessa möguleika. Einnig má skrá þá í töflu. Umræða um hvernig við getum spáð fyrir um ókomna viðburði með sem mestu öryggi. Dæmi: Líkur á snjókomu á gamlársgang árið 2010, hvað gerist þegar krónuþeningi er kastað upp, líkur þess að fjórar systur eignist bróður, líkur þess að líf sé á öðrum stjörnum. Nemendur finna og nefna fleiri dæmi. Tilgreina einnig líkur stærðfræðilega, t.d. $1/4$ o.s.frv. Kennari leiði umræðuna að hugtökunum fræðilegar líkur og líkur byggðar á tilraunum.

Markmiðið að nemendur kynnist líkindahugtakinu og mikilvægi þess þegar fjallað er um ókomna tíma.

Náttúrulegir tímamælar

Fram fer hugstormun um það hvernig við getum skynjað framrás tímans með því að fylgjast með hreyfingum og breytingum í náttúrunni til dæmis: ártíðaskiptum, sólargangi, sjávarföllum, kvartilaskiptum tungls, eigin hjartslætti, hegðun dýra og breytingum á gróðri og öðrum náttúrufyrirbrigðum. Í þessu sambandi er gott að ræða um tölur, þ.e. lengd ársins, sólarhringsins, tunglmán-aðar, tíma milli sjávarfalla, sólstöðutíma o.fl. Finna má ýmis örnefni sem vísa til náttúrulegra tíma-mæla, t.d. hádegistindur og nónhæð.

Sveiflutími og tíðni

Til þess að geta fylgst með framrás tímans þurfum við að geta skynjað reglubundnar hreyfingar. Tímamæling krefst þess að hreyfingarnar feli í sér ákveðnar sveiflur, lotur eða umferðir sem eru alltaf jafnlangar og þær hafa þannig fasta eigin tíðni t.d. sólarhringurinn. Þannig er lotan sem við nefnum sólarhring 24 klukkustundir (sveiflutími) og fjöldi þeirra á einu ári (tíðnin) er $365 \frac{1}{4}$ (8766 stundir).

Nemendur og kennari ræði um ýmsar aðrar reglubundnar hreyfingar sem hafa ákveðinn sveiflutíma og ákveðna tíðni. Ræða um bæði manngerða tímamæla og náttúrulega og um notagildi þeirra sem tímamæla.

Virki tímamæla

Þrjár forsendur þurfa að vera fyrir hendi til að hefðbundnir tímamælar virki sem skyldi. Í fyrsta lagi þarf að vera til staðar einhver sveiflubúnaður, sem kemur af stað reglubundnum hreyfingum með mælanlegri tíðni t.d. pendúll í stofuklukkku eða kvartilaskipti tunglsins. Í öðru lagi þurfum við orku til að viðhalda hinum reglubundnu hreyfingum t.d. togkraft jarðar. Loks þurfum við einhvern teljara eða búnað sem sýnir taktinn t.d. vísa á klukkku eða það að skrá reglulega hverja sveiflu, líkt og Robinson Krúsó gerði þegar hann lenti einn á eyðieyju. Ræðið um mismunandi tímamæla til dæmis klukkur, vatnsúr, sólúr, náttúruklukkur og reynið að átta ykkur á hver sveiflubúnaðurinn er í hverju tilviki, hvaðan orkan (krafturinn) kemur og loks hvernig talningin getur farið fram.

Landnám á Mars

Nemendur nýta meðfylgjandi upplýsingar og búa til sameiginlega frásögn af ímynduðu landnámi jarðarbúa á reikistjörnunni Mars einhvern tímann í framtíðinni. Fjarlægð hennar frá sólinni er um 230 milljónir km, en fjarlægð jarðar frá sólinni um 150 milljónir km. Þvermál Mars er um 6,8 þúsund km en jarðar er um 12,8 þúsund km. Umferðartími (eitt ár) Mars er 1,88 jarðár, snúningstíminn (sólarringur) er 24,6 klst og togkrafturinn þar er mun minni en á jörðinni, þannig að 60 kg manneskja myndi ekki vega nema 20 kg þar. Mars hefur tvö tungl. Meðalhiti við yfirborð Mars er um -50°C en á jörðinni um 20°C . Yfirborð Mars er ryðrautt með skurðum, vatn er í föstu formi við pólanana og himinninn er bleikur.

Lífið á Júpiter

Hugsum okkur að Júpiter væri sú reikistjarna þar sem líf þrífist best í sólkerfi okkar í stað jarðarinnar. Júpiter er stærsta reikistjarnan með 11 sinnum meira þvermál en jörðin. Þar er árið 4330 dagar, en sólarringurinn aðeins 9 klst. og 50 mínútur. Manneskja sem vegur 50 kg á jörðinni myndi vega 118 kg á Júpiter. Ræðið hvernig lífið gæti verið á Júpiter. Lengd fastra atburða, t.d. hátíða, vinnutíma, skólaárs o.fl. Nemendur gætu búið til sögu sem nær yfir eitt ár á Júpiter.

Tími og rúm frásagnar

Bekkurinn velur sér einhverja sögu til dæmis smásögu, skáldsögu, jafnvel leikrit eða kvikmynd og reynir að skilgreina tíma og rúm sögunnar, þ.e. annars vegar á hvaða tíma hún gerist og hversu langan tíma hún spannar og hins vegar hvar hún gerist, skilgreina umhverfi hennar rúmfræðilega, helst í tölum sé það hægt. Fleiri sögur séu skoðaðar og ræddar í þessu samhengi. Umræður um tíma og rúm frásagna almennt.

Væri hægt að hugsa sér frásögn án tíma og/eða rúms? Nemendur gætu spreytt sig á að setja fram hugmyndir að slíkum sögum, jafnvel semja smásögur.

Fortíð, nútíð og framtíð

Þemaverkefni um fortíð, nútíð og framtíð. Hvað man mannfólkið mikið? Viðræður við fólk um fortíðina. Hvað er að gerast núna í því umhverfi sem þú skynjar og upplifir? Er eitthvað að gerast þar sem kemur aldrei fyrir aftur? Hvað er að gerast annars staðar í bænum, á landinu, á jörðinni, í alheiminum? Væri mögulegt að muna framtíðina? Hvernig? Hvernig fara spámenn og spákonur að? Hvernig fara vísindamenn að við að spá um ókomna hluti? Hvernig væri líf okkar ef við hefðum ekkert minni? Skiptið hópnum í þrennt, einn hópurinn er „fortíðin“, einn er „nútíðin“ og einn er „framtíðin“. Nemendur geta sett upp lítinn leikþátt, til dæmis spunaleik, um fortíð, nútíð og framtíð, þar sem „orsök“ og „afleiðing“ eru í aðalhlutverki ásamt „tíðunum“.

Hvað eru rúm, form og lögun?

Biðjið nemendur að velta fyrir sér spurningunum „Hvað er rúm?“ og „Hvað eru form og lögun?“ Biðjið þá svo að svara þeim skriflega í heilum málsgreinum á nafnlaus blöð. Allir nemendur skoða öll svörin og flokka þau eftir sjálfvöldu kerfi. Í lokin eru umræður um hinar mismunandi hugmyndir sem leiða til sameiginlegrar niðurstöðu bekkjarins um hvað er rúm og hvað er form og lögun.

Tímaskipting eins sólarhrings

Áður en klukkur komu til sögunnar á Íslandi mældu forfeður okkar tímarn í eyktum sem hver spannaði um þrjár klukkustundir. Dæmi um eyktamörk: ótta um klukkan 3 að nóttu, dagmál um klukkan 9, nón eða undorn klukkan 15, miðaftann klukkan 18 og miðnætti eða lágnætti um klukkan 24. Tímarn mitt á milli eyktarmarka nefndist aflíðandi, komið undir og jöfnu báðu. Þannig var tímarn jöfnu báðu nóns og miðaftans mitt þar á milli, þ.e. um klukkan 16.30. Ræðið um hvaða aðferðum væri hægt að beita til að ákvarða eyktamörkin þegar klukkur eru ekki til staðar við: a) jafndægur að vori, b) vetrarsólstöður, c) jafndægur að hausti, d) sumarsólstöður.

Gulliver nútímans

Ræðið með nemendum hvort jörðin eigi sér fyrirmyndir annars staðar í alheiminum, þ.e. með svipuðum skilyrðum til lífs. Gæti lífið þar verið svipað og hjá okkur eða gerólíkt? Sögurnar af Gulliver sem ferðaðist til framandi landa og hitti smáfólk og fimbulrísar byggja á því að lesandinn viti lítið um þessi lönd. Biðjið nemendur að rita og segja sögur um líf á stjörnum annars staðar í alheiminum, reynið að haga þeim þannig að þau fjalli þar um fortíð, nútíð og framtíð. Athugið í því sambandi sögu jarðar, lífs á jörðinni, mannkyns á jörðinni, byggðar á Íslandi o.s.frv. Segið þeim frá sögunni um Gulliver og tilurð hennar. Fáíð þá til að velta fyrir sér svipuðum sögum um manneskju sem ferðast til annarra stjarna.

Stefna tíma og rúms

Allir hafa lent í því að sjá hluti detta í gólfíð og brotna, slitna, týnast, dreifast um allt og svo framvegis. Þannig hafa allir hlutir þá tilhneigingu að komast úr ástandi raðar og reglu í óreiðuástand. Ef við tækjum t.d. ekki til reglulega myndi allt enda í óreiðu. Biðjið hvern og einn nemanda að rifja upp reynslu sína af því að hlutir hafi brotnað og eyðilagst og skrá hjá sér hvenær atburðurinn gerðist, hvað gerðist, hvernig var brugðist við o.s.frv. Skráið alla þessa atburði á tímaás. Ræðið einkenni þessara atburða, þ.e. hlutir komast úr ástandi raðar og reglu í óreiðuástand. Var hægt að setja brotnu hlutina saman aftur? Alveg? Látið nemendur sviðsetja slíkan atburð og kvikmynda hann, t.d. þegar krukka full af vökva dettur og brotnar. Skoðið hann svo afturábak með því að spóla til baka. Eru til dæmi þess að slík þróun geti gerst bæði áfram og afturábak? Ræðið um breytingar í umhverfi okkar sem við getum ekki stöðvað: Við eldumst, hlutir brotna, steypa molnar, bílar ryðga o.s.frv. Biðjið nemendur að bæta við þennan lista. Ræðið í þessu sambandi um stefnu og þróun tíma og rúms. Hvar endar þetta allt?

Verkefni

Yfirlit yfir verkefni

Yngsta stig	Miðstig	Unglingastig
Verkefni:	Verkefni:	Verkefni:
Um varanleika hluta í tíma og rúmi ↔	Gönguferð	Tímaás jarðsögunnar
Formin í umhverfi okkar →	Leiðin í skólann →	Rúm og tölur – nanótækni
Aldur þinn →	Geimverurnar Kata og Nói →	Rúm og tölur – ljósár
Tímaás →	Rétthyrningar →	Hvenær eru páskar?
Lengd hvala	Sólkerfið →	Að mæla rúm og form – ← sjálfvaldar mælieiningar
Rúmskynjun	Rúmmál vökva →	Hlutföll í rúmi
Stefna og staðsetning →	Jafnarma þríhyrningar	Skipting sólarhrings án klukku ←
Sólúr	Viðburðaríkt ár ←	Vísar á klukkuskífu rann- sakaðir ←
Þrír leikir með tímann	Fáni dreginn að húni →	Brýrnar í Königsberg ←
Klukkustund skipt í hluta	Stundaglas ←	Í frjálsu falli
		Klukkureikningur með grunn- tölu 12 ←
		Klukkureikningur með grunn- tölur 60 og 10

Verkefni er hægt að nota á öllum skólastigum ↔

Verkefni er hægt að nota á næsta stigi fyrir ofan →

Verkefni er hægt að nota á næsta stigi fyrir neðan ←

Um varanleika hluta í tíma og rúmi

Aldur: Yngsta stig, miðstig og unglingastig

Markmið að nemendur:

- mæli tímann sem ákveðnar breytingar taka
- mæli þær breytingar sem verða
- átti sig á að breytingar taka tíma
- átti sig á að þeir geti haft áhrif á þann tíma sem breytingar taka

Efni: 2 agúrkubitar, 2 brauðsneiðar, 2 járnnaclar, 2 dagblaðarkir, vog og málband.

Lýsing:

Þetta er rannsóknarverkefni og tekur fjórar vikur að vinna það. Unnið er stuttan tíma í hvert sinn nema í upphafi og í lokin.

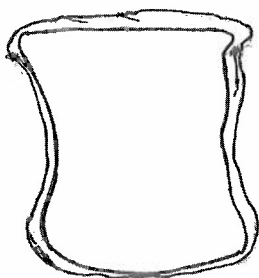
Nemendum er sýndir agúrkubitar, járnnaclar, brauðsneiðar og dagblaðarkir. Umræður fara fram um varanleika þessara hluta. Hvernig er hægt að staðsetja hlutina þannig að þeir eyðist sem fyrst fyrir áhrif umhverfisins og hvað er hægt að gera til að varðveita þá sem lengst? (T.d. agúrka skreppur saman og þornar á þurrum og heitum stað). Það þarf að benda nemendum á að járnnacli má ekki vera galvaníseraður eða úr málmblöndu.

Nemendum skipt í átta hópa. Hver hópur fær fyrimæli, annað hvort á hann að varðveita eitt-hvern einn ofantalinn hlut eins lengi og hægt er eða hann á að eyða honum eins fljótt og hægt er. Hver hópur kemur sér saman um aðferðir til að ná markmiðinu.



Nemendur mæla og vigta hlutinn sem þeir eiga að breyta og skrá niðurstöður mælinga sinna. Einnig eiga þeir að skoða vel útlit og ástand hlutanna og skrá það hjá sér. Að því loknu koma þeir hlutum fyrir eins og hópurinn hafði ákveðið. Hlutirnir eru skoðaðir reglulega og vigtaðir einu sinni í viku. Þungi þeirra er skráður eftir hverja vigtun og um leið allar aðrar ástands-breytingar. Eyðing naglanna felst í ryði svo þungi þeirra breytist lítið en eyðingin verður mjög sýnileg. Eftir fjórar vikur er síðasta vigtun og þá eru hlutirnir einnig mældir með málbandi. Allar mælingar eru skráðar ásamt útlitsbreytingum.

Þegar fjórar vikur eru liðnar þarf að taka góðan tíma í umræður um upphafsástand og lokaástand hlutanna. Hvernig gekk verkefnið? Væri hægt að vinna það öðruvísi til að ná betri árangri miðað við markmið hópanna? Er hægt að koma hlutunum í upphafsástand sitt aftur? Hvað með aðra hluti í umhverfi okkar? eru til hlutir sem eyðast ekki? eru til hlutir sem hægt er að koma í upphafsástand aftur eftir breytingu?



Til umhugsunar:

Hægt er að vinna sams konar verkefni með snjóbolta og ísmola. Það verkefni tekur aðeins einn dag að vinna.

Verkefnið má útfæra á mismunandi hátt eftir aldri nemenda. Sérstaklega þarf að hafa í huga að gera minni kröfu um nákvæmni mælinga og skráningu hjá yngri nemendum. Æskilegt er að skráning yngstu nemendanna sé í formi teikninga.

Formin í umhverfi okkar

Aldur: Yngsta stig og miðstig

Markmið að nemendur:

- átti sig á mismunandi formum og eiginleikum hluta
- geti lýst eiginleikum hluta
- geti flokkað hluti eftir eiginleikum þeirra

Efni: Mikið úrval af alls konar þrívíðum hlutum. Til dæmis er hægt að notast við „smáhlutasafn“ bekkjarins ásamt ýmsum kössum og umbúðum. Leir, LEGO kubbar, pappír og þunnir trélistar. Útprintað skráningareyðublað af heimasíðu Flatar.

Lýsing:

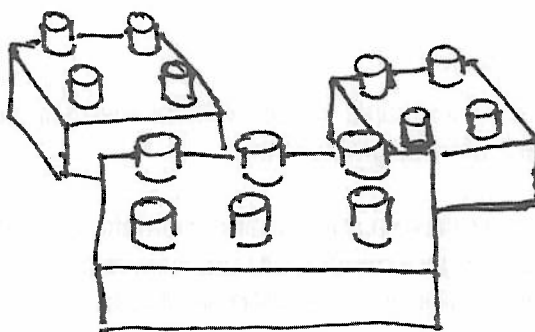
Veruleiki okkar er fullur af formum sem hafa margvíslega eiginleika.

- Látið nemendur skoða mismunandi hluti og fylla inn í tvívíða töflu hverjir helstu eiginleikar hlutanna eru. Til dæmis: þríhyrndur, harður, mjúkur, holur, gegnheill, hvass, ávalur, sveigjanlegur, stjarnur, straumlínulaga og svo framvegis.
- Þegar nemendur hafa flokkað hlutina og áttað sig á merkingu orðanna sem segja til um eiginleika þeirra búa nemendur til hlut með tilteknum eiginleikum. Þeir geta valið um byggingarefni og ákveða sjálfir hvað þeir búa til. Síðan lýsa þeir hlutnum sínum og segja hvaða eiginleika hann hefur.

Til umhugsunar:

Einnig er hægt að vera með myndir af ýmsum hlutum og fyrirbærum og láta nemendur flokka eiginleika hlutanna á myndunum og fylla inn í töflu.

Þæta má við verkefnið þannig að nemendur flokki hlutina líka eftir notagildi.



Aldur þinn

Aldur: Yngsta stig og miðstig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir sambandi mismunandi mælieininga tíma
- vinni með og lesi stórar tölur

Efni: Vasareiknir, dagatal, klukkuskífa og útprentað verkefnablað af heimasíðu Flatar.

Lýsing:

Nemendur fá verkefnablað í hendur sem þeir eiga að vinna hver fyrir sig. Leggja skal áherslu á að þeir noti vasareikni og sýni lausnaferlið. Látið nemendur lesa svörin sín og hjálpið þeim að lesa stóru tölurnar ef þarf. Æskilegt er að nemendur hafi aðgang að dagatali og klukkuskífu til að þeir eigi auðveldara með að skilja mælieiningar tímans.

Innihald verkefnis:

Gerum ráð fyrir að þú eigir afmæli í dag og sért 9 ára.

1. Hvað hefur þú lifað í marga mánuði?
2. Hvað hefur þú lifað í margar vikur?
3. Hvað hefur þú lifað í marga daga?
4. Hvað hefur þú lifað í margar klukkustundir?
5. Hvað hefur þú lifað í margar mínútur?
6. Hvað hefur þú lifað í margar sekúndur?

Þú átt að sýna hvernig þú fannst lausnirnar við spurningunum hér að ofan.

Til umhugsunar:

Nemendur af miðstigi geta fundið út hve gamlir þeir eru upp á dag.

Vonandi hefur verkefnið hér að ofan sýnt nemendum fram á að hægt er að skrá aldur á annan hátt en einungis í árafjölda. Til að vinna áfram með þessa staðreynd er gott fyrir nemendur að glíma við eftirfarandi verkefni:

Teiknaðu afmæliskort fyrir einhvern í fjölskyldu þinni og sýndu á því hve marga mánuði, vikur eða daga hann hefur lifað.



Tímaás

Aldur: Yngsta stig og miðstig

Markmið að nemendur:

- skilji hvernig tíminn líður
- skilji hvernig árstíðarnar skiptast á
- skilji og sjái hve tímabil geta verið stutt og löng
- geti nýtt sér tímaás til að gera sér grein fyrir atburðum í tímaröð

Efni: Snúra, klemmur, og pappírsmiðar.

Lýsing:

Gott er að strengja snúru þvert yfir vegg í skólastofunni. Snúruna er hægt að nota sem margs konar tímaása, allt eftir aldri nemenda og því námsefni sem er í gangi í hvert sinn. Hér á eftir verða tekin nokkur dæmi um mismunandi tímaása. Aðalatriðið er að grunnskipting tímaássins sé rétt þannig að hver dagur sé jafnlangur á tímaásnum sem skipt er upp í daga. Sé tímaásnum skipt upp í ár þá sé hvert ár jafnlangt og svo framvegis.

1. Dagur ungra nemenda

Fyrir ofan tímalínuna eru festar klukkur sem sýna heila tíma dagsins. Tímaásinn byrjar á þeim tíma sem dagur nemenda byrjar, til dæmis klukkan sjö. Síðan eru klemmdir miðar fyrir neðan hverja klukku og á miðunum stendur eða á þá er teiknað hvað nemendur gera á heila tímanum svo sem hvenær nemendur vakna, hvenær þeir borða morgunmat, hvenær þeir fara í skólann og svo framvegis.

2. Vika ungra nemenda

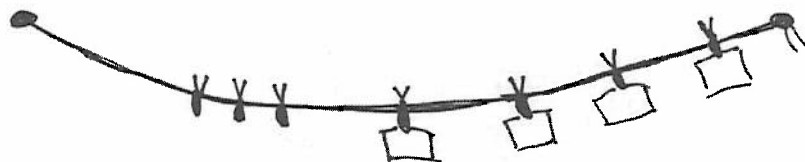
Fyrir ofan tímalínuna eru festir miðar með nöfnum vikudaganna. Síðan eru klemmdir miðar á tímaásinn þar sem gefið er til kynna hvað nemendur aðhafast á hverjum vikudegi. Til dæmis eru allir í frí á sunnudögum, leikfimi hugsanlega á mánudegi, sund og tónmennt á þriðjudegi og svo framvegis.

3. Ár

Fyrir ofan tímalínuna eru festir miðar með nöfnum mánuðanna. Hugsanlegt er að hafa þá í mismunandi litum eftir árstíðum. Síðan eru klemmdir miðar á tímaásinn þar sem helstu daga og viðburða er getið. Til dæmis má setja upp afmælisdaga nemenda. Hér geta orðið miklar umræður um hvað skal setja á tímaásinn því nú þarf að velja og hafna.

4. Tíu ár

Tímalínunni er skipt upp í 10 ára tímabil þannig að hún sýni tíu ár aftur í tímann frá árinu í ár. Hvaða ár fæddust nemendur? Hvenær byrjuðu þeir í skóla? Hvað viðburði í Íslandssögunni finnast þeim við hæfi að setja á tímaásinn? Hvaða heimsviðburðir eiga heima þar? Átti skólinn afmæli á tímabilinu?



Lengd hvala

Aldur: Yngsta stig

Markmið að nemendur:

- beri saman lengdir
- sjái hlutföll milli lengda

Efni: Aðgangur að nettengdum tölvum. Bækur um hvali. Metra mælistika, band, langur gangur, eigin líkami og útprentað skráningareyðublað af heimasíðu Flatar.

Lýsing:

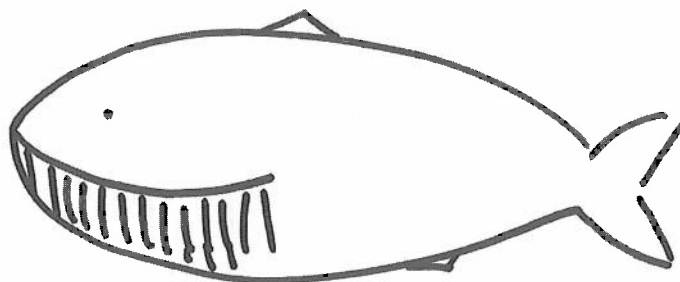
Byrjað er á umræðum kennara og nemenda um hvali. Komið er inná mismunandi stærðir þeirra og aldur. Æskilegt að kennari lesi stutta sögu eða fróðleikskorn um hvali fyrir nemendur. Tilvalið er að lesa söguna um Jónas í hvalnum og einnig er gaman að lesa valda kafla úr bókinni Hvalaskoðun við Ísland.

Nemendum er skipt í 2-4 manna hópa. Þeir eiga að bera saman lengd hvala við lengd jafnaldra sinna. Hver hópur vinnur með eina hvalategund. Nemendur byrja á að finna upplýsingar um sína hvalategund í tölvunni eða í bókum. Þeir fá eyðublað um lengd hvala og skrá þar lengdina á sinni hvalategund. Síðan álykta þeir hve marga nemendur þarf til að ná lengd hvalsins. Hver hópur velur sér efni og aðferðir til að finna út hve hvalurinn er margir nemendur á lengd. Mikilvægur hluti verkefnisins er að hóparnir kynna niðurstöður sínar og aðferðir fyrir hinum hópunum. Síðan finna þeir svörin við rannsóknarspurningunum sem eru á skráningarblöðunum og bekkurinn ræðir þau sameiginlega í lokin.

Til umhugsunar:

Finna má lýsingu á verkefni um þyngd hvala á heimasíðu Flatar sem vinna má í framhaldi af verkefninu um lengd hvala.

Breyta má verkefninu þannig að það eigi við um risaeðlur.



Rúmskynjun

Aldur: Yngsta stig

Markmið að nemendur:

- geti nefnt, þekkt og borið saman tvívíð form
- geti nefnt, þekkt og borið saman þrívíð form
- geti lýst og líkt eftir aðstæðum í rými

Efni: Plöstuð stærðfræðiform úr pappa, stórir pappakassar, safn af margskonar löguðum umbúðarkössum utan af matvælum, sælgæti, snyrtivörum o.fl..

Lýsing:

Þekking á formum - tvívídd

Byrjið á að kynna, sýna og tala um nokkur tvívíð form við nemendur. Útbúið nokkur mismunandi tvívíð stærðfræðiform og límið á borð nemenda. Láta nemendur lýsa forminu á borðinu sínu, heiti þess og sérkennum af og til svo sem þegar þeir eru að fara út í frímínútur. Skiptið um form á borðum barnanna vikulega.

Þekking á formum – þrívídd

Byrjið að kynna, sýna og tala um nokkur þrívíð form við nemendur. Til þess er gott að nota ýmis konar umbúðakassa. Síðan er farið í ímyndunarleik við börnin og þau eiga að loka augunum og ímynda sér að þau séu stödd inni í ferstrendingi eins og t.d. sykarkassa. Síðan er hægt að segja þeim að snerta ferstrendinginn með fingurgómunum. „Nú skaltu fara með fingurna að toppnum á ferstrendingnum og fara hringinn í kringum toppinn. Hvaða form finnurðu? Farðu hringinn í kringum botninn með fætinum. Hvaða form finnurðu? Farðu allan hringinn inni í ferstrendingnum. Hvað finnurðu? Hvaða form er andspænis þér? Snúðu þér alveg við. Hvaða form finnurðu núna andspænis þér? Hvað finnurðu mörg horn fyrir ofan þig? Hvað finnur þú mörg horn fyrir neðan þig? Hvað hefur ferstrendingurinn mörg horn í allt?“

Þetta verkefni er hægt að endurtaka með því að nemendur ímynda sér að þeir séu staddir inni í teningi, þrístrendingi eða einhverju öðru þrívíðu formi.

Til umhugsunar:

Hægt er að koma með stóran kassa í skólann og leyfa nemendum að fara inn í hann og rannsaka hann að innan og utan og tala um eiginleika hans.



Stefna og staðsetning

Aldur: Yngsta stig og miðstig

Markmið að nemendur:

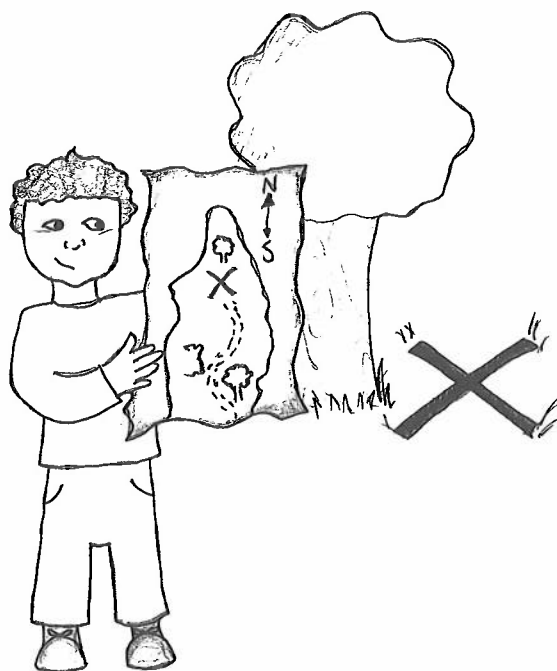
- átti sig á hlutfallslegri vegalengd milli staða og hluta
- átti sig á mismunandi stefnum í umhverfinu
- geti lýst mismunandi stefnum

Efni: Rúðublað þar sem hver rúða er 1 cm² útprentað af heimasíðu Flatar.

Lýsing:

Byrjað er á umræðum um stöðugleika hluta. Hvaða hlutir eru kyrrir á sínum stað og hvaða hlutir eru á hreyfingu? Hvað þarf að hafa í huga þegar kort eru búin til? Hvað þarf að vera á kortum og hvað þýðir ekki að setja á kort? Koma þarf inn á mikilvægi þess að staðsetja hlutina nokkurn veginn rétt með tilliti til hvers annars þegar kort eru teiknuð og að ekki þýði að setja á kortið hluti sem eru á hreyfingu heldur verða hlutirnir að vera fastir á staðnum svo hægt sé að nota kortið til að rata eftir.

Nemendur fá rúðublað í hendur og eiga að teikna kort sem aðrir nemendur eiga síðan að rata eftir. Þeir þurfa að velja sér stað sem þeim finnst spennandi að teikna upp á kort. Staðurinn getur til dæmis verið skólastofan eða leikvöllurinn úti. Nemendur geta kallað kortið sitt fjársjóðskort. Þeir geta falið fjársjóð á einhverjum stað sem þeir merkja á kortinu og ætla öðrum nemendum að leita að fjársjóðnum.



Til umhugsunar:

Með eldri nemendum er tilvalið að skoða margs konar upplýsinga- og vegakort og ræða um tilgang þeirra og hlutföllin sem þau byggja á. Í framhaldi af því er hægt að láta þá búa til kort af nánasta umhverfi í ákveðnum hlutföllum.

Sólúr

Aldur: Yngsta stig

Markmið að nemendur:

- átti sig á samhengi þess að jörðin snýst í hringi og á tímamælingum okkar

Efni: Krítar.

Lýsing:

Verkefnið er aðeins hægt að vinna á sólríkum degi. Finnið frístandandi staur á stað á skólalóðinni þar sem sólin nær að skína allan daginn. Ef ekki finnst slíkur staur á lóðinni er hægt að velja einn nemanda sem fær það hlutverk að vera staurinn. Ef nemandi er notaður þarf að merkja vel staðinn sem hann stendur á t.d. með því að teikna fótspor hans með krít á skólalóðina, síðan stendur hann í sömu sporum við hverja mælingu.

Ágætt er að byrja verkefnavinnuna á heilum eða hálfum tíma til dæmis kl. 9.00 að morgni. Einnhver nemandi fær það hlutverk að teikna strik eftir skugga stausins og jafnlangt skugganum. Við endamörk striksins er tíminn skráður. Þetta er endurtekið á klukkutíma fresti allan skóladaginn. Í lok skóladagsins ættu að vera komnar 5 til 6 mælingar með jöfnu millibili og vísir að sólúri. Gamlan er að leyfa nemendum að skreyta sólúrið með litakritum.

Nauðsynlegt er að benda nemendum á að fylgjast með skugga stausins næstu daga og sjá hvað gerist.

Til umhugsunar:

Áður en verkefnið er lagt fyrir er gaman að spyrja nemendur hvað þeir haldi að gerist ef skuggi stausins er krítaður nokkrum sinnum yfir daginn.

Á meðan verkefnið er unnið er gaman að ræða við nemendur hvað sé að gerast með skuggann og af hverju þeir haldi að skugginn færist.

Eftir að verkefni er lokið er gaman að ræða nánar um af hverju lengd skuggans af staurnum breytist, hvort hægt sé að nota sólúrið og segja þeim frá því að sólúr hafi verið notuð sem klukkur í gamla daga.

Þrír leikir með tímann

Aldur: Yngsta stig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir hvernig tíminn líður
- geri sér grein fyrir hvað hægt er að gera á nokkrum mínútum/klukkustundum
- þjálfist í að lesa af klukku og sýna tímamælingu mínútna og klukkustunda á klukku

Efni: Skeiðklukka, geislaspilari og geisladiskur, klukkuskífur og pappamiðar.

Lýsing:

1. Stoppdans

Einn nemendi er tímavörður og hefur skeiðklukku. Annar nemandi er tónlistarstjóri og sér um að spila tónlist þegar við á. Aðrir nemendur dansa eftir tónlist í 3 mínútur og standa síðan kyrrir í 3 mínútur. Þeir sem hreyfa sig verða að fara af gólfinu og eru ekki með lengur. Þeir sem eftir eru dansa í 2 mínútur og standa síðan kyrrir í 2 mínútur. Að lokum dansa þeir sem eftir eru í 1 mínútu og standa kyrrir í 1 mínútu. Þeir vinna sem ekki hafa hreyft sig þegar þeir áttu að standa kyrrir. Eftir leikinn er hægt að ræða um hvort nemendum hafi þótt tíminn sem fór í dans jafn lengi að líða og tíminn sem fór í að standa kyrr.

2. Hvernig líður tíminn?

Nemendum er skipt í um það bil fimm manna hópa. Hver hópur velur sér tímavörð sem hefur skeiðklukku og tekur tímann. Hinir nemendurnir í hópnum eiga að segja hvenær 1, 2 eða 3 mínútur hafa líðið. Sá sem kemst næst réttum tíma vinnur. Hann þarf að segja hópnum hvernig hann fór að því að finna svarið. Sá sem vinnur getur fengið að verða næsti tímavörður.

3. Klukkuleikur

Þátttakendur geta verið 2 - 4 og hefur hver sína klukkuskífu.

Hver nemandi fær 25 lítil pappakort. Þeir eiga að skrifa á kortin hugmyndir um hvernig þeir vilja eyða 5 – 10 – 15 – 20 – 25 – 30 mínútum. Til dæmis: það tekur mig 5 mínútur að bursta tennurnar, það tekur mig 10 mínútur að fara í sturtu, það tekur mig 30 mínútur að læra heima.

Þátttakendur stokka miðana sína saman og setja í einn bunka á milli sín. Þeir stilla allir klukkurnar sínar á sama tíma, til dæmis á sex. Síðan draga þeir miða til skiptis og færir hver um sig vísana á klukkunni sinni eftir því sem dregnir miðar segja til um. Sá vinnur sem fyrstur nær að færa vísana til klukkan níu. Sá sem vinnur er þá búinn að færa stóra vísinn í þrjá hringi.

Klukkustund skipt í hluta

Aldur: Yngsta stig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir að klukkustund er hægt að skipta í tvo hálf tíma eða fjögur korter / stundarfjórðunga
- þekki og geti nefnt ofangreinda hluta klukkustundar

Efni: Klukkuskífur, hringir úr pappír og litir.

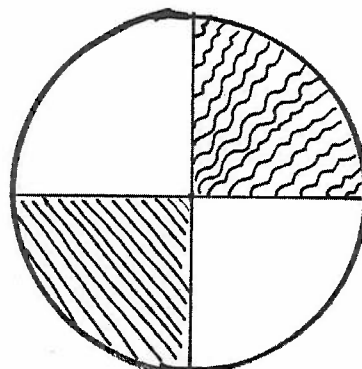
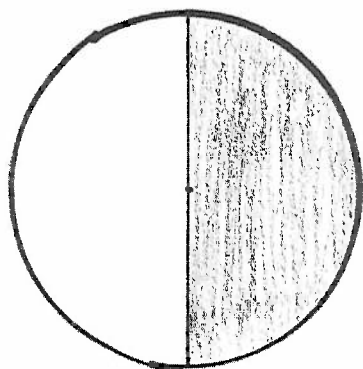
Lýsing:

Undanfari þessa verkefnis er kynning á klukkuskífu og mismunandi lengd, ganghraða og hlutverki vísanna. Einnig þarf að hafa farið fram umræða um hvernig við lesum heilan tíma af klukkuskífu.

Kennari er með klukkuskífu og ræðir um gang stóra vísisins. Hvað fer stóri vísirinn langt á einum klukkutíma? Hvað eru margar mínútur í einum klukkutíma? Þegar það er komið á hreint er umræðunni snúið að hálf tímanum. Hvað er hálf tími? Hvað fer stóri vísirinn langt á hálf tíma? Klukkuskífan er skoðuð í þessu samhengi. Síðan fær hver nemandi hring úr pappír sem hann skiptir í tvennt og litar hvorn helming á mismunandi hátt með sitthvorum lit og/eða mynstri. Í framhaldi af þessari vinnu með hálf tímann er umræðunni snúið að korterinu. Hvað er korter? Hvað er stundarfjórðungur? Hvað fer stóri vísirinn langt á korteri/stundarfjórðungi? Hvað fer stóri vísirinn mörg korter/stundarfjórðunga á einum klukkutíma? Nemendur fá annan pappírshring og skipta honum upp í korter/stundarfjórðunga sem þeir lita í mismunandi litum og/eða mynstrum. Hvað er hægt að skipta hringnum oft? Nemendum er skipt í tveggja til þriggja manna hópa og fær hver hópur klukkuskífu. Þeir hjálpast að við að hreyfa stóra vísinn eftir fyrirmælum kennara og síðan sýna hóparnir hver öðrum. Kennari gefur ýmis fyrirmæli: eitt korter, hálf tími, tveir hálf tímar, þrjú korter og svo framvegis.

Til umhugsunar:

Hægt er að vinna áfram með skiptingu klukkuskífunnar í tímabil. Til dæmis er hægt að rannsaka hvað hægt er að skipta klukkuskífunni oft upp í 10 mínútna tímabil, 20 mínútna tímabil, 5 mínútna tímabil. Er hægt að skipta klukkuskífunni upp í 40 mínútna tímabil? En 50 mínútna tímabil? Af hverju ekki? Kannski 6 mínútna tímabil? Athuga má hvort hægt sé að skipta í 7 mínútna tímabil og svo framvegis.



Gönguferð

Aldur: Miðstig

Markmið að nemendur:

- átti sig á sambandinu milli kílómetra og klukkustunda

Efni: Karton og merkitússpennar.

Lýsing:

Nemendur vinna verkefni A og B í 2 – 3 manna hópum. Nemendur útskýra hver fyrir öðrum sína lausnaleyð. Þeir skrá sameiginlega lausnaleyð, sem allir í hópnum skilja, á karton með tússi. Ef þeir gera villu eða hætta við lausn, setja nemendur sviga utan um, alls ekki krota yfir. Í lokin útskýrir hver hópur sína lausnaleyð fyrir öllum bekknum. Nemendur skoða hvaða hópar eru með svipaðar lausnaleyðir. Nemendur vinna fyrst fyrra verkefnið og allir í bekknum útskýra. Síðar er hægt að vinna seinna verkefnið á sama hátt.

Verkefni A

Fjórar stelpur í skólanum gengu Laugaveginum í sumar, sem er gönguleiðin milli Landmannalauga og Þórsmerkur. Þær voru í 3 klukkustundir að ganga 9 km. Hve margar klukkustundir tók það stelpurnar að ganga 33 km, ef þær héldu sama gönguhraða allan tímann?

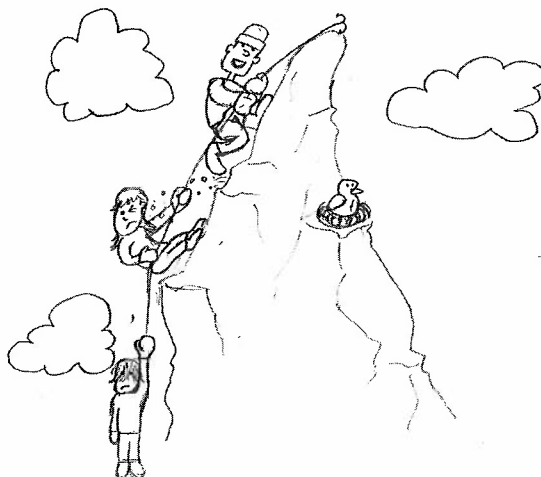
Verkefni B

Fjórir strákar gengu um hálendið í sumar. Þeir gengu 12 km á 8 klukkustundum. Strákarnir gengu samtals í 42 klukkustundir. Hve marga km gengu þeir alls ef þeir voru á sama gönguhraða allan tímann?

Til umhugsunar:

Hver er munurinn á talnasambandinu í verkefni A og verkefni B?

(Á margföldunarsambandinu á milli km og klst. og klst. annars vegar og á margföldunarsambandinu á milli km og klst hins vegar).



Leiðin í skólann

Aldur: Miðstíg og unglingastíg

Markmið að nemendur:

- geti lesið og túlkað línurit og búið til sögu út frá þeim upplýsingum sem þeir hafa á línuriti

Efni: Blað og blýantur.

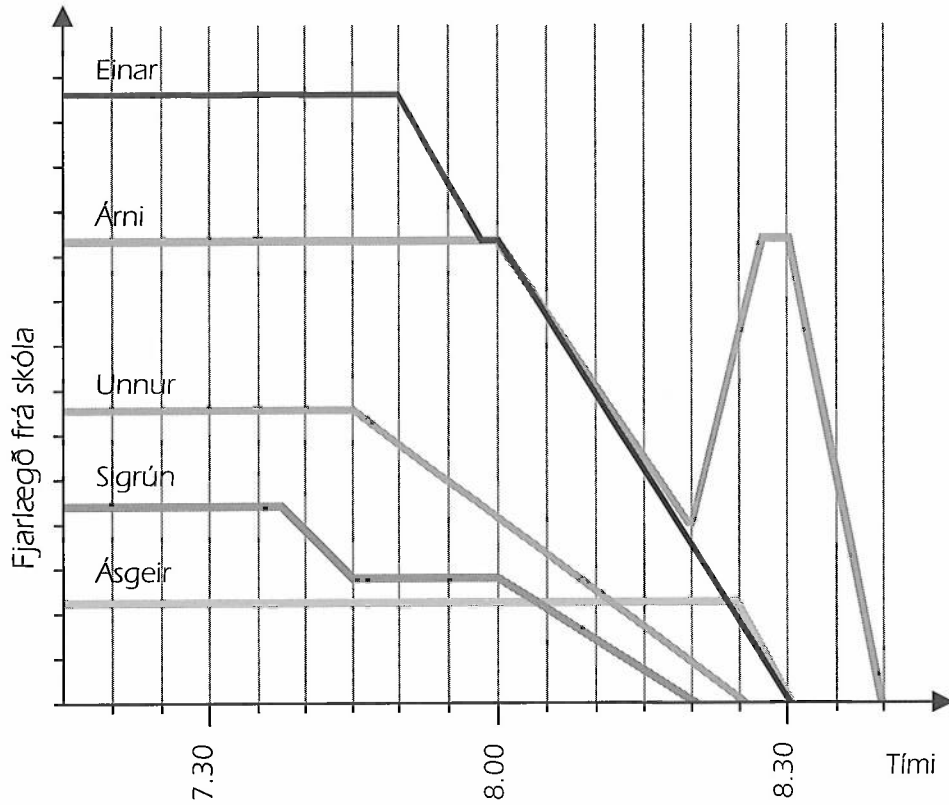
Lýsing:

Nemendur vinna í 2 – 3 manna hópum. Nemendur lesa línuritið saman og gera sér grein fyrir hvað línurnar tákna í sambandi við fjarlægð frá skólanum og tímann sem eitthvað er að gerast. Síðan svara þeir spurningunum og rökstyðja svörin með útskýringum og að síðustu búa þeir til sögu um ferð Árna í skólann.

Einhverjir hópar útskýra fyrir öllum bekknum og allir hópar segja sína útskýringu á ferðum Árna.



Verkefni



Línuritíð sýnir ferðir 5 nemenda í skólann einn morguninn. Skólinn hefst kl. 8.30. Notaðu línuritíð til að svara spurningunum og rökstyddu svörin.

Hve lengi er hver nemandi á leið í skólann?

Hver nemendanna á heima lengst frá skólanum?

Hver nemendanna á heima næst skólanum?

Hver þeirra leggur fyrstur af stað í skólann?

Hver þeirra kemur of seint í skólann þennan morgun?

Hver er hugsanleg skýring á því að lína Árna er svo ólík hinum?

Geimverurnar Kata og Nói

Aldur: Miðstig og unglíngastig

Markmið að nemendur:

- átti sig á sambandinu milli hraða og tíma
- geti breytt á milli km og m og klst. og mínútna
- geti nýtt sér almenn brot og tugabrot

Efni: Glæra og glærupenni.

Lýsing:

Nemendur vinna saman tveir og tveir með eina glæru. Til dæmis má skipta nemendum í stelpna- og strákahópa. Nemendur lesa verkefnið hér fyrir neðan og setja síðan fram tilgátu um hvort þeir haldi að Kata þurfi að leggja af stað fyrir en Nói eða seinna en hann og af hverju.

Nemendur setja tilgátu sína á glæruna.

Þeir fá 10 mínútur til að hugsa hver fyrir sig og koma sér síðan saman um lausnaleið sem báðir skilja og skrá leiðina eða leiðirnar á glæruna. Í lokin útskýra hóparnir sína lausnaleið fyrir öllum bekknum. Þá eru aðrir nemendur hvattir til að spyrja spurninga t.d. ef þeir skilja ekki hvernig útskýrt er.

Verkefni

- Nói á heima 3 km frá skólanum. Hann leggur af stað með rafknúnum svifnökkva klukkan 7.47 á hverjum morgni og kemur alltaf í skólann á réttum tíma klukkan 8. Hvað er hann lengi á leiðinni?
- Kata á heima 4 km frá skólanum og fer þangað með öðrum nökkva sem ferðast með sama hraða. Hana langar til að mæta á nákvæmlega sama tíma og Nói. Klukkan hvað þarf hún að leggja af stað heiman frá sér?
- Hve hratt fara nökkvarnir? (km/klst)

Til umhugsunar:

Er einhver munur á lausnaleiðum stelpna og stráka og ef svo er í hverju liggur hann?



Rétthyrningar

Aldur: Miðstig og unglíngastig

Markmið að nemendur:

- átti sig á sambandinu milli lengdar hliða á einslaga rétthyrningum

Efni: Karton, reglustika, tússpenni.

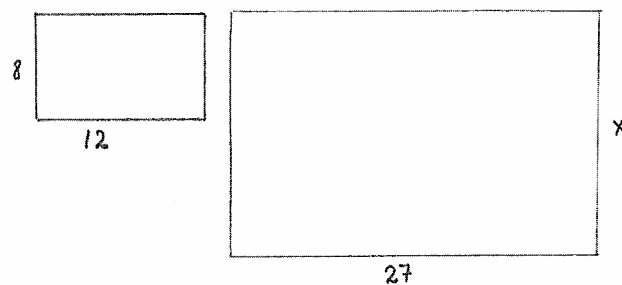
Lýsing:

Nemendur vinna verkefni í 2 – 3 manna hópum á karton, eitt verkefni í einu.

Nemendur útskýra þá lausnaleið sem allir í hópnum skilja. Þeir mega gjarnan sýna tvær leiðir. Í lokin útskýra allir hóparnir fyrir bekknum og nemendur eru hvattir til að koma með spurningar til þeirra sem eru að útskýra.

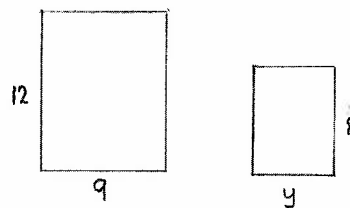
Verkefni A:

Rétthyrningarnir tveir eru einslaga, þeir eru alveg eins, nema annar er stærri en hinn. Finndu lengdina á hliðinni sem er merkt **x**.



Verkefni B:

Rétthyrningarnir hér fyrir neðan eru einslaga, annar er þó stærri en hinn. Finndu lengdina á hliðinni sem er merkt **y**.



Til umhugsunar:

Þegar vinnu og útskýringum við bæði verkefni er lokið er upplagt að kennari stjórni umræðum um hvort verkefnið var erfiðara og hvers vegna.

Sólkerfið

Aldur: Miðstig og unglíngastig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir fjarlægð á milli reikistjarnanna
- geri sér grein fyrir stærðarhlutföllum milli reikistjarnanna
- geri sér grein fyrir háum tölum og geti unnið með þær
- geti breytt á milli km og m og km og mm

Efni: Blað, blýantur, málbönd, spjöld úr viði eða pappa til að teikna reikistjörnurnar inn á, metrabönd úr bandi sem eru 10 m og 20 m á lengd, svæði úti sem er 1 km að lengd (getur verið styttra eða lengra).

Lýsing:

Nemendur eru beðnir að koma með hugmyndir um hvernig þeir geti gert sér grein fyrir stærðarhlutföllum reikistjarnanna og fjarlægðum á milli reikistjarnanna. Vonandi dettur einhverjum í hug að búa til líkan af sólkerfinu í smækkaðri mynd. Þá er að finna staðsetningu úti fyrir líkanið. Gott er að hafa svæði sem er 1 km á lengd til umráða.

Nemendur sjá þá að þeir þurfa að minnka allar fjarlægðir og stærðir til að hlutföll haldist. Nemandur vinna í þriggja manna hópum.

Dæmi um lausnaleið:

Fjarlægð Merkúr frá sólu er 58.000.000 km og námunda nemendur þá að 60.000.000 km. Síðan breyta þeir t.d. úr km í metra og eru þá með 60.000.000.000 m.

Einhver nemandi sér kannski strax að 1 m getur samsvarað 10 milljörðum m og er þá mjög snöggur með allar fjarlægðir og getur þá útskýrt vel fyrir sínum hóp og síðar öllum bekknum hvernig hann hugsaði.

Erfiðara getur reynst að minnka þvermál reikistjarnanna vegna hins glfurlega stærðarmunar á sólinni og reikistjörnunum. Þarna þurfa nemendur að minnka úr km í mm. Sýna útreikninga á vinnublaði sem fylgir hér við hliðina.

Þá er komið að því að teikna reikistjörnurnar (minnkaðar) á spjöld, skrá á spjöldin upplýsingar t.d. rétta stærð og hverju oft minnkað, setja spjöldin niður í réttri röð á útisvæðið og mæla vegalengdir á milli spjaldanna með metraböndunum og málböndum.

Til umhugsunar:

Hvað nefnast þessar háu tölur sem unnið er með? Er hægt að skrá þær á einhvern annan hátt?

Vinnublað

	Fjarlægð frá sólu	Þvermál
Sól	0	1400.000 km
Merkúr	58.000.000 km	4.878 km
Venus	108.000.000 km	12.104 km
Jörð	149.600.000 km	12.755 km
Mars	228.000.000 km	6.790 km
Júpíter	777.000.000 km	142.796 km
Satúrnus	1425.000.000 km	120.660 km
Úranus	2869.000.000 km	51.118 km
Neptúnus	4497.000.000 km	49.528 km
Plútó	5900.000.000 km	2.300 km

Við minnkuðum fjarlægðina _____

Við minnkuðum þvermálið _____

Rúmmál vökva

Aldur: Miðstig og unglíngastig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir hæð vökva í mismunandi ílátum sem vatn rennur í

Efni: Flöskur og krukkur með mismunandi lögun, vatn, blöndunartæki sem dropar úr (eða dropateljari), klukka með sekúnduvísi, rúðustrikuð blöð, karton og tússpenni.

Lýsing:

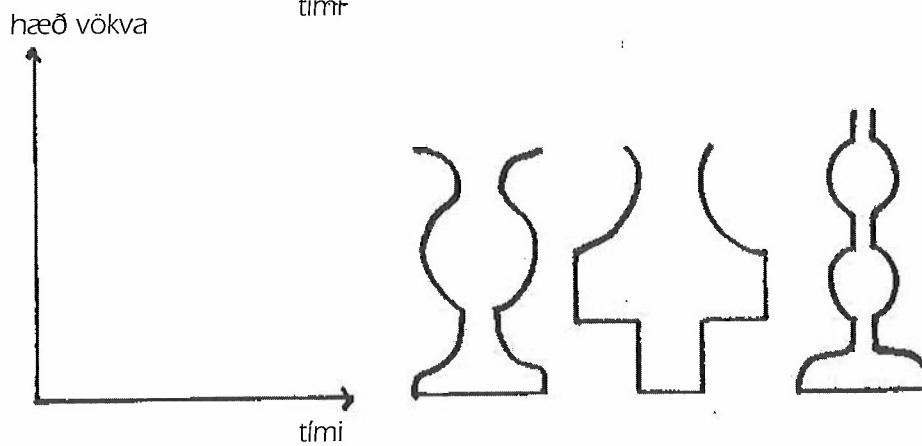
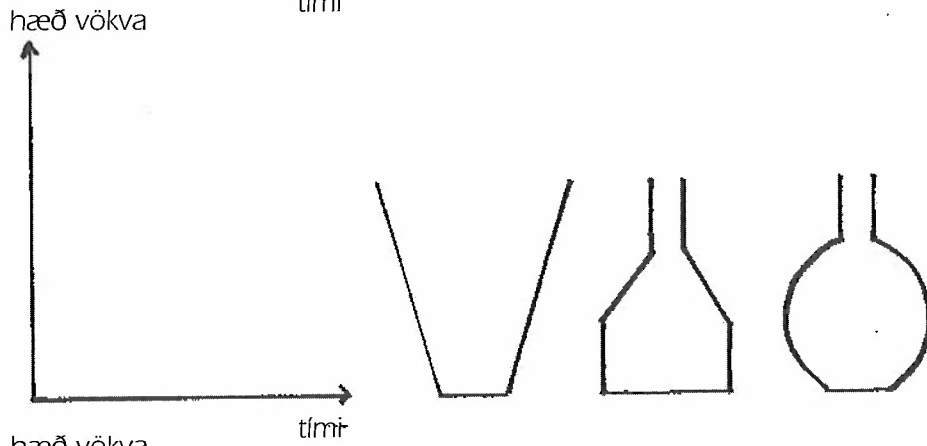
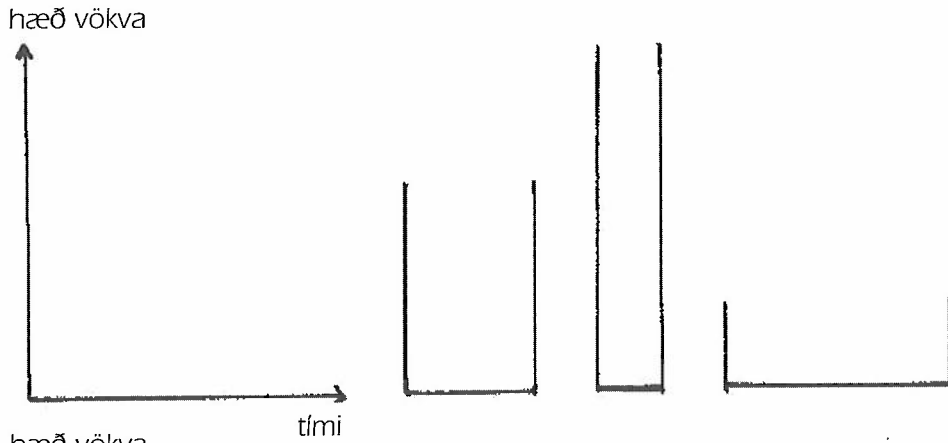
Nemendur vinna í litlum hópum og byrja á því að prófa að láta vatn úr blöndunartæki dropa í mismunandi löguð ílát og gera línurit um hæð vökvans eftir því sem tíminn líður t.d. eftir ½ mín., 1 mín. o.s.frv. Gott að hver hópur prófi verklega með 2 – 3 mismunandi ílátum. Nemendur útskýra hvernig þeir fóru að og hvar vökvamagnið í ílátunum var eftir ákveðinn tíma.

Síðan vinna nemendur, tveir til þrír saman, verkefnið hér við hliðina á karton.



Verkefni

Blöndunartækið er bilað og það dropar stanslaust úr því. Teiknið línurit um ílátin sem sett eru undir blöndunartækið og sýnið vökvahæð í ílátunum, eftir því sem tíminn líður.



Jafnarma þríhyrningar

Aldur: Miðstig

Markmið að nemendur:

- skilji hugtakið flatarmál
- skilji táknið fyrir fersentimetra og fermetra
- vinni með flatarmál á stærra svæði en á blaði eða í bók
- geti breytt á milli fersentimetra og fermetra

Efni: Málningarlímband, reglustika og vasareiknir.

Lýsing:

Kennari útbýr með límbandi nokkra stóra jafnarma þríhyrninga í stofunni, t.d. í gluggum, á hurðum, á töflunni, á gólfinu, borðplötu. Kennari ákveður hvort hann hefur lengdir í heilum tölum eða ekki. Nemendur nota vasareikni við útreikninga, þar sem áherslan er á skilning á flatarmálinu en ekki útreikninga.

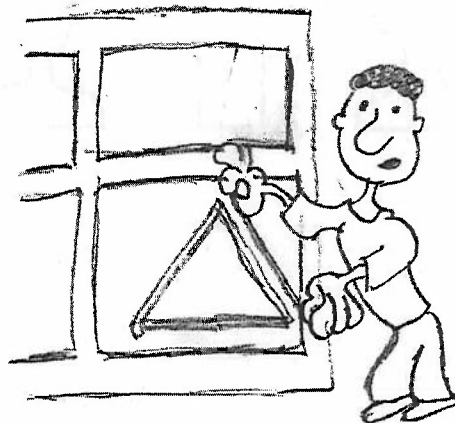
Nemendur vinna í 3 manna hópum og eiga að mæla og reikna út flatarmál þríhyrningsins, sem kennarinn hefur úthlutað þeim.

Nemendur útskýra flatarmál síns þríhyrnings fyrir bekknum og hvernig þeir fóru að, sýna t.d. hjálparlínur sem þeir útbjuggu (með málningarlímbandi) og hvernig þeir mældu og hvaða svæði þeir voru að reikna út og hvers vegna þeir gerðu það á þennan hátt.

Nemendur gefa síðan flatarmálið einnig upp í fermetrum. Þeir vinna flestir verkefnið í fersentimetrum. Einhverjir útskýra hvernig farið er að því.

Til umhugsunar:

Hvað er líkt eða ólíkt með flatarmáli þessa þríhyrnings og flatarmáli þríhyrnings í stærðfræðibókinni?



Viðburðaríkt ár

Aldur: Miðstig og yngsta stig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir hvað veldur degi og nótt
- geri sér grein fyrir hvað veldur árstíðaskiptum jarðar
- fjalli um samspil snúnings jarðar og lífs á jörðinni

Efni: 60 W ljósapera (líkan af sólinni), tvær stærðir af vatnkúlum á þrjóni.

Lýsing:

Öll ár eru viðburðarík. Sólin rís og sest, árstíðir koma og fara.

Biðjið nemendur að flytja stuttan fyrirlestur um hreyfingar og afstöðu jarðar, tungls og sólar sem skýra sólargang og árstíðaskipti og nota þrívíða miðla eða líkan við útskýringarnar.

Sólin er ein 60 W ljósapera sem hangir niður úr loftinu. Þá eru jörðin og tunglið misstórar vatnkúlur á þrjónum sem nemendur halda á. Látið þá færa sig til eftir árstíðum og sólargangi. Síðan lýsa nemendur þróun aðstæðna á jörðinni á meðan þessar hreyfingar eiga sér stað. Til dæmis geta þeir lýst þróun eftirtalinna þátta:

- Hvað gerist hjá dýrunum, mönnunum og gróðrinum?
- Hvað breytist til dæmis hjá nemendum á einu ári?
- Hvernig hefur mannkynið breyst á einu ári?
- Hvað breytist varanlega og hvað gengur í hringi og endurtekur sig?

Látið nemendur ræða og útskýra hugmyndir sínar fyrst í litlum hópum og síðan með öllum bekknum.

Til umhugsunar:

Útfærsla þessa verkefnis getur verið mismunandi eftir aldri nemenda. Hjá yngri nemendum má til dæmis sleppa tunglinu og hugsa eingöngu um tengsl sólar og jarðar.

Fáni dreginn að húni

Aldur: Miðstíg og unglíngastíg

Markmið að nemendur:

- geti lesið línurit og túlkað þau
- geri sér grein fyrir sambandinu milli tímans sem það tekur að draga fána að húni og hæðarinnar sem hann fer í

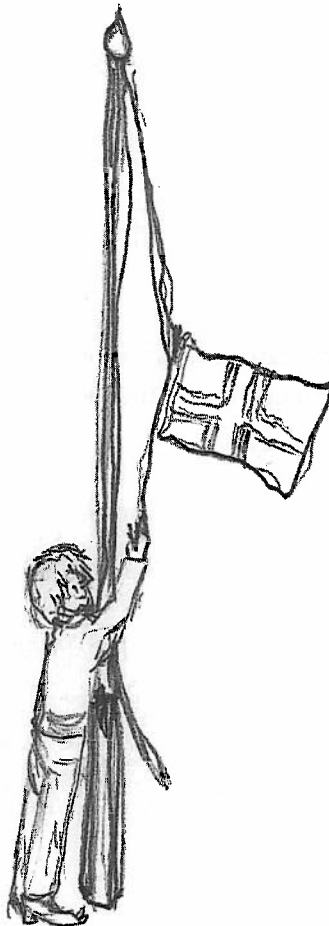
Efni: Blað og blýantur.

Lýsing:

Nemendur vinna einstaklingslega eða í litlum hópum. Nemendur lesa úr línuritunum og skrá hjá sér hvernig gengur að draga upp fánann. Nemendur rökstyðja síðan niðurstöður sínar og útskýra fyrir bekknum og vonandi verða niðurstöður og rökstuðningur mismunandi og ekki allir sammála þannig að góðar umræður verði í bekknum.

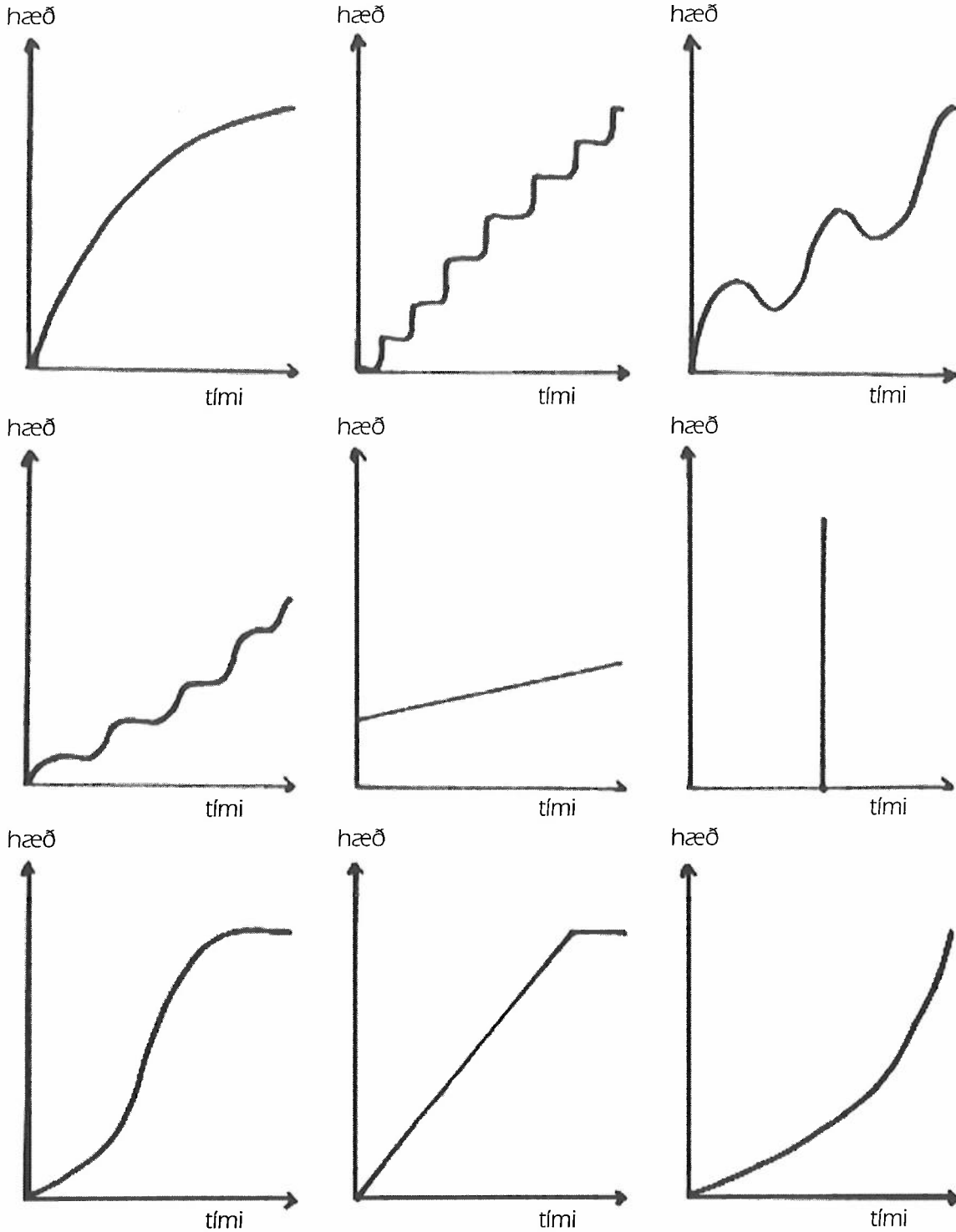
Til umhugsunar:

Fáið nemendur til að reyna að útbúa sjálfir svipuð verkefni.



Verkefni

Við skólasetningu dregur húsvörður fána að húni á fánastöng skólans. Hvert þessara grafa (línu-rita) finnst ykkur lýsa þeirri athöfn best? Hvert þeirra lýsir athöfninni verst? Rökstyðjið svarið.



Stundaglas

Aldur: Miðstig og yngsta stig

Markmið að nemendur:

- útbúi eigin tímamæli sem mælir ákveðinn tíma
- finni sameiginlegar lausnir á vandamálum sem upp koma

Efni: Tvær ½ lítra gosflöskur fyrir hvern hóp, sandur, salt eða sykur, sterkt límband. Til að hefta rennsli á sandi/salti/sykri þarf; þykkt karton, gostappa með gati, tölur eða skinnu af skrúfu. Skeiðklukka eða klukka með sekúnduvísi.

Lýsing:

Kennari stjórnar umræðum um hvað er tími og hvernig hann er notaður sem mælieining. Hvað mælum við með tíma? Með hverju mælum við?

Nemendum skipt í tveggja manna hópa sem eiga að útbúa tímamæli sem mælir tíma í eina eða tvær mínútur. Kennari sýnir nemendum lögun tímamælisins, sem á að vera eins og stundaglas, ein flaska undir og önnur ofan á og flöskuhálsarnir mætast.

Nemendur fá síðan það efni sem þeir eiga að nota og felst verkefnið í því að nemendur leysi ýmis vandamál sem þeir lenda í á meðan þeir eru að útbúa stundaglas. T.d. hvernig er hægt að hella sandi/salti/sykri í flöskuna, hvernig er hægt að láta efnið renna í eina mínútu á milli flasknanna, hvernig getum við hægt á efninu, tökum við það í burtu eða bætum við því við, stækkum við gat-ið sem það rennur í gegnum eða minnkum við það, er munur á efnisrennsli eftir lögun flaskna, er sandurinn/saltið/sykurinn með misstórum kornum sem festast og stífla rennslið og hvernig er þá hægt að komast hjá því.

Nemendur þurfa að sannprófa tímann sem það tekur sandinn/saltið/sykurinn að renna milli flasknanna nokkrum sinnum áður en þeir líma flöskurnar saman. Nemendur gera skýrslu um framkvæmdina, þar sem fram kemur m.a. hvernig gekk og hvaða vandamál þeir þurftu að leysa og hvernig þeir fóru að því og að lokum hvernig nemendum fannst þessi vinna og af hverju. Hvað kom á óvart?

Þegar nemendur hafa útbúið tímamæla geta þeir mælt t.d. púlsinn fyrir og eftir mínútu hopp, tímann sem það tekur að taka bækur upp úr töskunum/sækja í skúffur og hvort einhver munur er á því milli kennslustunda dagsins, skrá hjá sér. Er einhver munur á milli lengdar nestistíma í vikunni, skrá hjá sér (gera töflu, myndrit). Nemendur koma með hugmyndir um hvað þeir geta mælt með tímamælinum sínum og gera nokkrar mælingar, sem þeir skrá hjá sér.

Í lokin segja allir hópar frá hvernig gekk og hvernig þeir fóru að því að útbúa tímamælinn, hvað var mælt og sýna stundaglas sitt.

Tímaás jarðsögunnar

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- kynnist stórum mælitölum fyrir tíma og beri þær saman við kunnuglegri mælitölur fyrir tíma
- geti fjallað um hlutfallslega misstór tímabil jarðsögunnar
- geti reiknað hlutfallslega stærð tímabila

Efni: Pappírsrenningur, t.d. maskínupappír, ritföng, litir og dagatal. Einnig heimildir um sögu jarðarinnar.

Lýsing:

Áður en hafist er handa við þetta verkefni kynna nemendur sér helstu viðburði og tímabil jarðsögunnar. Einnig þarf að fara fram umræða um hvernig má bera lengri tímabil saman við skemmri tímabil með hlutfallssamanburði, t.d. ævi einnar kynslóðar saman við eitt ár eða einn dag.

Aldur jarðar er áætlaður um 4,5 milljarðar ára. Berum þennan tíma saman við eitt almanaksár. Búinn er til stór tímaás (u.þ.b. 4 metrar) og öðrum megin á hann eru merktir mánuðir og dagar ársins í réttum hlutföllum. Hinum megin á hann eru merktir atburðir eða tímabil í réttu hlutfalli við 365 daga almanaksársins á viðeigandi staði. Dæmi:

- a) Fyrsta tímabilið í jarðsögunni, **forkambrium**, stóð frá upphafi jarðar og lauk fyrir um 590 milljónum ára. Áður fyrr héldu menn að ekkert líf hefði orðið til á þessu tímabili, en nú hafa fornleifarannsóknir leitt í ljós að líf hér er mun eldra.
- b) Elstu merki um líf á jörðinni eru um 3,3 milljarða ára.
- c) Fyrsta jarðsögutímabil fornlífsaldar hófst með tilurð dýra sem báru skeljar. Það hófst fyrir 590 milljónum ára og lauk fyrir 505 milljónum ára.
- d) Plöntusvif hafsins, sem við þekkjum nú á dögum sem olíu og jarðgas, lifði fyrir um 300 milljónum ára.
- e) Fyrstu risaeðlur koma til sögunnar fyrir um 200 milljónum ára.
- f) Fuglar komu fyrst til sögunnar fyrir um 140 milljónum ára.
- g) Hinn svonefndi hæfimaður (*Homo habilis*) kom til sögunnar fyrir um 3 milljónum ára, en hinni viti borni maður (*Homo sapiens*) fyrir um 350 þúsund árum.

Til umhugsunar:

Í stað jarðsögunnar má velja sögu mannkyns, sögu sólkerfisins eða jafnvel sögu alheims, þ.e. tímánn sem talinn er liðinn frá hinum svonefnda miklahvelli (big bang), þ.e. um 17 milljarða ára. Tímaásar geta verið með ýmsum hætti og mislangir og flóknir eftir því hver aldur nemenda er. Dæmi: Saga Íslands, almanaksárið, skólaárið, ævi viðkomandi nemendahóps eða jafnvel einn mánuður í senn með stuttum dagbókarbrotum. Heppilegt getur verið að skipta nemendum í litla hópa og láta þá svo velja sér lítil tímabil eða atburði af tímaási, t.d. sögu Íslands, til að kynna sér vel og fjalla svo um, t.d. með fyrirlestri eða annars konar kynningu. Einnig má útbúa tímaása á vef sem hægt er að þróa og móta á netinu. Þar er hægt að hafa marga undirtímaása undir einum stórum tímaási.

Rúm og tölur - nanótækni

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- öðlist tilfinningu fyrir mjög smáum tölum
- kynnist vísindum þar sem mjög smáar tölur koma við sögu

Efni: Pappírsrenningur, t.d. maskínupappír, ritföng, litir, reiknivél og heimildir um örsmá fyrirbæri.

Lýsing:

Áður en hafist er handa við þetta verkefni fara fram umræður um örsmá fyrirbæri eins og frumur, frumullffæri, gerla, veirur, sameindir, frumeindir o.s.frv.

Meðal helstu verkefna eðlisfræðinga, verkfræðinga og efnafræðinga nútímans eru verkefni á sviði svonefndrar **nanótækni**. Með slíkri tækni er fengist við rúm, tíma og form sem mælast í milljörðustu hlutum af þeim stærðum sem við fáumst við í daglegu lífi. Slík tækni byggist t.d. á því að raða saman einstökum sameindum og frumeindum til að mynda efni, t.d. svonefnda hálfleiðara. Orðið nanó er tilkomið vegna þess að stærðirnar sem unnið er með eru á stærðarbilum nálægt $1/1000.000.000$ úr metra (10^{-9} merkir „nanó“).

- Nemendur byrja á að búa til stórt líkan af „millimetra“, það er 10 metra renning sem þeir festa á vegg skólastofunnar eða á ganga skólans. Nú er þessi renningur hugsaður sem einn millimetri sem hefur verið stækkaður upp, þ.e. hann hefur verið tíupúsundfaldaður. Einn nanómetri er $1/1000.000$ hluti úr millimetra. Nemendur eiga því að skipta stóra líkaninu í milljón hluta. Einn slíkur hluti jafngildir einum nanómetra ef 10 metra líkanið jafngildir einum millimetra.
- Nemendur afla sér upplýsinga um stærðir örsmárra fyrirbæra, til dæmis: frumur, veirur, DNA-sameindir, kísilflögur og smárar (transistorar) og skrá stærðir þeirra sem hlutfall af einum metra. Hugsi maður t.d. 70 nanómetra sem hlutfall af metra, þá fást $70/1000.000.000$ hlutar úr einum metra eða $7/100.000.000$ metrar.
- Miðbaugur jarðar er um 40 þúsund km langur. Hvað er einn „nanómiðbaugur“ margir millimetrar?
- Hraði ljóssins er um 300 þúsund km/klst. Ef það færi með þessum hraða umhverfis jörðina um miðbaug, hversu margar umferðir færi það á einni sekúndu? En á einni nanósekúndu? Nemendur reyni að átta sig á hlutfallslegri stærð einnar nanósekúndu með þessum samanburði.

Til umhugsunar:

Búa má til fleiri slíkar æfingar þar sem nemendur þjálfast í að beita staðalforni til að tákna litlar stærðir. Einnig er gott að þjálfar nemendur í að reikna með slíkum stærðum (sjá ýmis verkefni í Almenn stærðfræði II).

Rúm og tölur - ljósár

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- öðlist tilfinningu fyrir mjög stórum tölum
- kynnist stórum mælitölum þar sem tími og rúm tengjast í heimsfræði

Efni: Veggspjöld, pappír eða önnur efni fyrir líkan, ritföng, litir, reiknivél og heimildir um fjarlægðir í himingeimnum.

Lýsing:

Áður en hafist er handa við þetta verkefni fara fram umræður um sólkerfið og himingeiminn utan þess, fjarlægðir, tímamælingar og hugtakið ljósár.

Hraði ljóssins og annarra rafsegulbylgna er um $3 \cdot 10^8$ metrar á sekúndu í tómarúmi og ljósið fer því um $9,5 \cdot 10^{15}$ metra á einu ári um geiminn. Sú vegalengd nefnist eitt ljósár. Þetta er mælieiningin sem jafnan er notuð þegar talað er um fjarlægðir í geimnum. Sólkerfi okkar tilheyrir gríðarstórri diskлага stjörnuþyrpingu sem nefnist **Vetrarbrautin** og er þvermál hennar talið um 130 þúsund ljósár. Vetrarbrautin er hluti af safni a.m.k. 25 slíkra stjörnuþyrpinga sem hanga saman í nokkurs konar klasa. Næsti slíkur klasi, sem nefnist Virgo, er talinn í um 60 milljón ljósára fjarlægð. Heppilegt er að nemendur útbúi eftirtalin verkefni á veggspjöld og halda kynningar á þeim, t.d. með „power-point“.

Verkefni :

- Hve margir metrar er þvermál Vetrarbrautarinnar?
- Miðbaugur jarðar er um 40 þúsund km langur. Hvað er eitt ljósár margir „miðbaugar“ að lengd?
- Hvað er fjarlægðin til Virgo margra „miðbauga“ löng?
- Með góðum sjónaukum geta menn séð vel til Andromedu-stjörnuþokunnar, sem er næsta stjörnuþoka við Vetrarbrautina okkar. En við sjáum ekki Andromedu eins og hún lítur út í dag, heldur eins og hún leit út fyrir 2.300.000 árum. Af hverju skyldi það vera? Hver er fjarlægð Andrómedu frá jörðu (skrá á staðalformi)?
- Það er komið árið 2432 e. Kr. Mönnum hefur tekist að hanna geimfar sem getur náð 3/4 hraða ljóssins. Hvað kemst það langt á einu ári? Áhöfn geimfarsins, nokkrar fjölskyldur með fjölskyldumeðlimum á mismunandi aldri, ætlar að heimsækja stjörnuna X-15 sem er í 15 ljósára fjarlægð frá jörðinni. Benedikt er 4 ára. Hvað verður hann orðinn gamall þegar þau komast á leiðarenda? Búið til sögu um ferðina, þar sem tími og fjarlægð koma við sögu.

Til umhugsunar:

Nemendur búa til líkan eða teikningu af jörðinni og ímyndaðri stjörnu sem er t.d. í 10 ljósára fjarlægð frá jörðinni. Markmiðið er að útbúa skýringar með líkaninu á því hversu mikil fjarlægðin er þarna á milli miðað við fjarlægðir á jörðinni. Nemendur geta notast við samlíkingar.

Hvenær eru páskar?

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- kynnist dæmi um flókin lögmál kirkjudagatalsins
- tengi saman algebru og tímatal

Efni: Dagatal. Heppilegt að notast við töflureikni, t.d. Excel.

Lýsing:

Áður en fengist er við sjálft verkefnið er við hæfi að ræða um kirkjuárið, hvenær eru hvítasunna, páskar, jól, aðventa o.s.frv. Einnig mætti ræða sérstaklega um páskahátíðina, hvernig hún er tilkomin og þann árstíma sem hún tilheyrir. Einnig mætti ræða um af hverju hún er tengd táknum um frjósemi, t.d. eggjum, hérum og kanínum.

Upphaflega var páskahátíðin miðuð við brottför gyðinga frá Egyptalandi. En allt frá dögum postulanna hafa kristnir menn haldið páska til minningar um upprisu Jesú. Framan af var tíma-setning páskanna svolítið á reiki vegna ónákvæmni í dagatali. Árið 325 ákvað kirkjupingið í Nikeu að páskar skyldu haldnir fyrsta sunnudag eftir að fullt tungl birtist í fyrsta skipti eftir jafndægur á vori. Stærðfræðingar vildu geta fundið páska með aðferðum stærðfræði. Ein slík aðferð frá árinu 1876 er sýnd hér reiknuð fyrir árið 2000. Athugið að / stendur hér fyrir deilingu. En \approx merkir að nota eigi heiltöluútkomuna, ekki afganginn. Hins vegar merkir \equiv að nota eigi einungis afganginn þegar deilt er. Þannig fengjum við t.d. $30/7 \approx 4$ og $30/7 \equiv 2$.

Aðferð frá árinu 1876

$$a = 5 \text{ fæst þannig: } \text{ártalið}/19 \equiv 5$$

$$b = 20 \text{ fæst þannig: } \text{ártalið}/100 \approx 20$$

$$c = 0 \text{ fæst þannig: } \text{ártalið}/100 \equiv 0$$

$$d = 5 \text{ fæst þannig: } b/4 \approx 5$$

$$e = 0 \text{ fæst þannig: } b/4 \equiv 0$$

$$f = 1 \text{ fæst þannig: } (b + 8)/25 \approx 1$$

$$g = 6 \text{ fæst þannig: } (b - f + 1)/3 \approx 6$$

$$h = 29 \text{ fæst þannig: } (19a + b - d - g + 15)/30 \equiv 29$$

$$i = 0 \text{ fæst þannig: } c/4 \approx 0$$

$$k = 0 \text{ fæst þannig: } c/4 \equiv 0$$

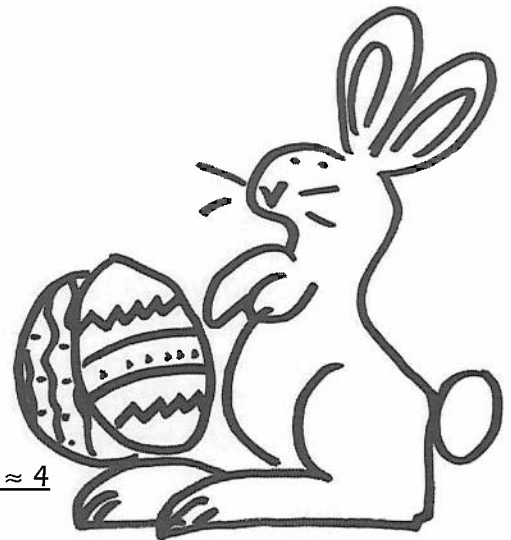
$$l = 3 \text{ fæst þannig: } (32 + 2 \cdot e + 2 \cdot i - h - k)/7 \equiv 3$$

$$m = 0 \text{ fæst þannig: } (a + 11 \cdot h + 22 \cdot l)/451 \approx 0$$

$$\text{Páskamánuðurinn fæst þannig: } (h + l - 7 \cdot m + 114)/31 \approx 4$$

$$p = 22 \text{ fæst þannig: } (h + l - 7 \cdot m + 114)/31 \equiv 22$$

$$\text{Dagsetning páskadags fæst þannig: } (p + 1) = 23$$



Nemendur prófi þetta reiknilíkan fyrir árið í ár, næstu ár og fæðingarár sín.

Til umhugsunar:

Nemendur geta sett reiknilíkanið upp í töflureikni og reiknað út páskadag hvaða árs sem er (sjá nánar á vef Flatar).

Að mæla rúm og form – sjálfvaldar mælieiningar

Aldur: Unglingastig og miðstig

Markmið að nemendur:

- skilji hvað það felur í sér að skilgreina mælieiningu og nota hana til að mæla og meta rúm og form
- öðlist tilfinningu fyrir víddum rúmsins
- kanni og ræði ýmsar mælieiningar í sögulegu samhengi
- hanni eigið mælikerfi og útfæri

Efni: Ritföng og ýmis efni til að hanna eigin mælieiningar í einni vídd, tveimur og þremur.

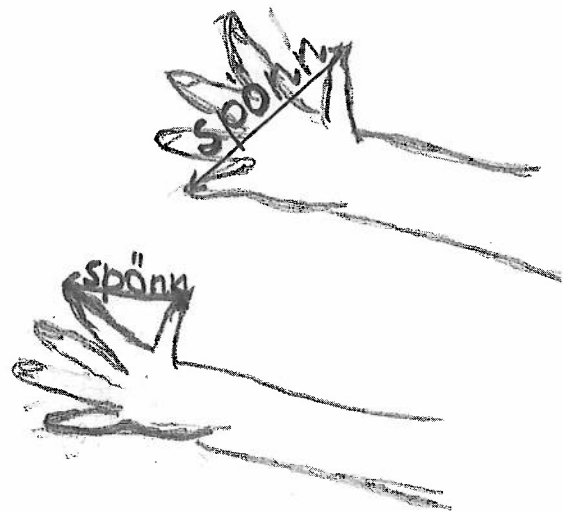
Lýsing:

Þegar menn mæla rúmið er jafnan talað um eina vídd (lengd), tvær víddir (flatarmál) eða þrjár víddir (rúmmál). Til að öðlast skilning á mælingum almennt þarf sá sem mælir að hafa góðan skilning á þeim eiginleika sem mældur er (lengd, flötur, þrívítt rúm, hitastig, tími o.s.frv.) og hann þarf að gera sér grein fyrir að þessi athöfn felur í sér samanburð þekkrar stærðar við óþekktu. Þekktu stærðin getur t.d. verið rúmsentimetri og óþekktu stærðin rúmmál lítils kassa.

Verkefni :

Rannsaðið ýmsar fornar mælistærðir, t.d. spönn, alin, strá, feralin, stakksvöll, rúmfet og kvartil (sjá nánar á vef Flatar).

- Hvaða vídd tilheyrir hver þessara mælieininga?
- Reynið að finna jafngildi þessara stærða í metrakerfi.
- Búið til og tilgreinið eina lengdareiningu, eina flatareiningu og eina rúmmálseiningu sem hentugt gæti verið að nota nú á dögum í stað hinna stöðluðu nútímamælieininga. Sjálfstætt val. Hvað mætti mæla með þessum einingum?



Til umhugsunar:

Þegar menn völdu sér mælieiningar varð jafnan eitthvað nærtækt fyrir valinu, t.d. líkamshluti eða flát sem menn notuðu. Ef börn og unglingar velja sér og hanna eigin mælieiningar er eðlilegt að þeir velji sér eitthvað sem þeim er nærtækast. Hér þarf e.t.v. að hafa einhverja kveikju til að koma nemendum af stað.

Hlutföll í rúmi

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- skilji hvað hugtakið hlutfall getur skipt miklu máli þegar fjallað er um víddir rúmsins
- öðlist tilfinningu fyrir hlutföllum í hinu þrívíða rúmi og tengslum þeirra við massa (þyngd)

Efni: Ritföng og ýmis efni til að hanna líkan af risavaxinni manneskju.

Lýsing:

Látið nemendur rannsaka rúmmyndir og ýmsa hluti í umhverfinu (hluti á myndum, byggingar, reiðhjól, bíla, sívalninga, kassalaga hluti, teningslaga hluti) og prófa að breyta hlutföllum þeirra, t.d. 7-falda eða 1/4-falda. Þeir geta einnig rannsakað innbyrðis hlutföll þeirra og hlutföll milli rúmmynda. Auk þess geta þeir athugað og rætt að þreföldun einnar víddar á rúmmynd, þýðir 9-földun á rúmmáli hennar í heild. Látið nemendur athuga ýmis hlutföll í líkama meðalmanneskju og rísa sem væri 10-falt stærri en hún og 15-falt stærri en hún. Tengid við massa. Ef ein vidd kassalaga hlutar er t.d. fjórfölduð og hinar víddirnar margfaldast að sama skapi, hvernig breytist massi (þyngd) hlutarins?

Nemendur skoða hlutfall milli höfuðs og búks á nýfæddu barni og fullorðinni manneskju.

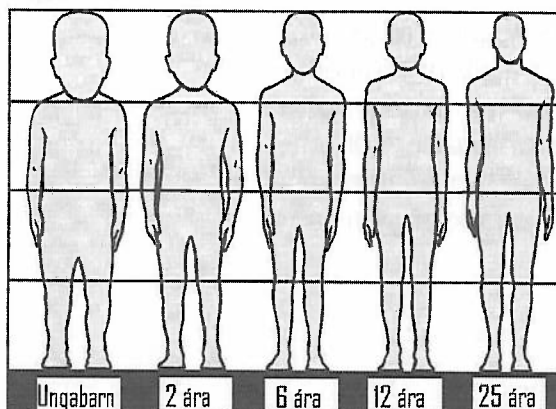
Pungt verkefni: Nemendur athuga t.d. þversnið af hné og meðalmassann sem þar hvílir.

Til umhugsunar:

Nemendur búa til líkan af risavaxinni manneskju í réttum hlutföllum. Þeir gefa henni nafn og skrá ýmsar upplýsingar um hana, t.d. skóstærð, fatastærð, þyngd, þyngd líffæra o.s.frv.

Kynnið fyrir nemendum söguna um *Ferðir Gullivers* þar sem hann hitti risavaxið fólk á stærð við kirkjuturna.

Sýnið og ræðið með nemendum myndbandið *Undraheimur stærðfræðinnar* þar sem meðal annars er fjallað um hlutföll og rúmfræði.



Skipting sólarhrings án klukku

Aldur: Unglingastig og miðstig

Markmið að nemendur:

- skilji að sólarhringurinn (snúningur jarðar einn hring um sjálfa sig) er tímamælir sem menn studdust við áður en klukkur komu til sögunnar
- kynnist eyktaskiptingu og eðli hennar og skrái atburði í tímaröð samkvæmt henni
- öðlist tilfinningu fyrir tíma dagsins án þess að líta á klukku

Efni: Ritföng, dagbækur til að skrá í og veggspjöld.

Lýsing:

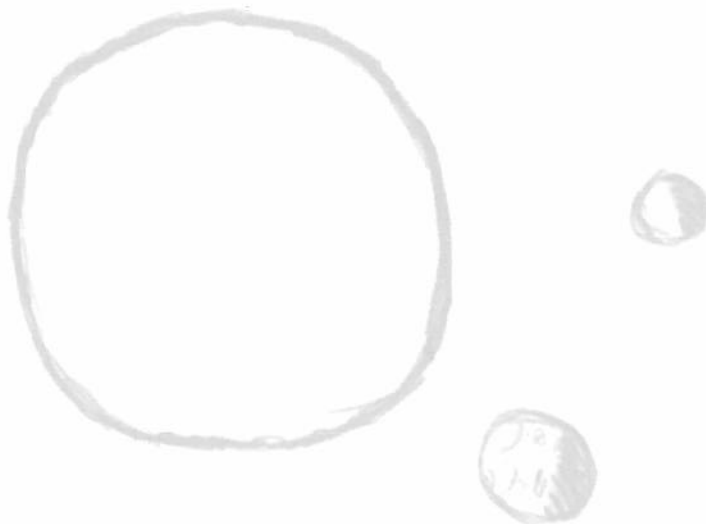
Áður en klukkur komu til sögunnar tíðkaðist að mæla tímann í þriggja stunda tímabilum sem nefndust eyktir. Þessi tímabil voru átta talsins, en samkvæmt klukkum nútímans voru eyktamörkin eftirfarandi: ótta klukka 3 að nóttu, miður morgunn eða rismál klukkan 6, dagmál klukkan 9, hádegi eða miðdegi klukkan 12, nón eða undorn klukkan 15, miður aftann eða miðaftann klukkan 18, náttmál klukkan 21 og miðnætti eða lágnætti klukkan 24. Tíminn mitt á milli eyktarmarka nefndist aflíðandi, komið undir og jöfnu báðu. Þannig var tíminn jöfnu báðu óttu og rismáls mitt þar á milli, þ.e. um klukkan 4.30.

Nemendur (hópar eða bekkurinn í heild) gera dagbækur fyrir eina viku, þar sem þeir nota aldrei klukku, heldur gefa tímann til kynna með eyktum. Má setja síðar upp á veggspjöld.

Nemendur búa sér til nýtt tímakerfi sambærilegt við eyktakerfið, þar sem sólarhringnum er skipt niður í bil með lýsandi nöfnum á mörkunum milli bilanna. Nemendur hafa frjálst val um hve bilin eru mörg og hvað þau eru kölluð. Þeir skipuleggja eina viku með tilliti til þessa tímamælingakerfis og skrá dagbækur.

Til umhugsunar:

Kennari stjórnar umræðu um hvernig Íslendingar fóru að því að skynja tíma sólarhringsins (eyktir) áður en klukkur komu til sögunnar, t.d. þeir sem bjuggu við sjóinn annars vegar og á heiðum uppi hins vegar. Ræðið um nákvæmni og samræmingu. Hvernig vissi fólk t.d. hvenær skyldi mæta til kirkju? En til mjalta?



Vísar á klukkuskífu rannsakaðir

Aldur: Unglingastig og miðstig

Markmið að nemendur:

- kynnist stærðfræðinni sem liggur að baki vísaklukkum (analog-klukkum)
- tengi saman rúmfræði og hreyfingar klukkuvísa
- þjálfist í að teikna horn og bil á hring með hringfara og gráðuboga

Efni: Klukkuspjald með vísam sem hægt er að færa til og festa. Hringfari og gráðubogi.

Lýsing:

Í hverri klukkustund eru 60 mínútur og í einum hring eru 360° . Nemendur skoða hreyfingar stóra og litla vísis og afstöðuna milli þeirra í gráðum talið.

Nemendur nota gráðuboga og hringfara til að teikna afstöðu vísanna í eftirfarandi dæmum.

- a) Hvað færast stóri vísirinn margar gráður á einni mínútu?
- b) Ef litli vísirinn fer einn hring á 12 klukkustundum og stóri vísirinn fer tólf hringi á sama tíma, hvað færast þá litli vísirinn margar gráður á einni mínútu?
- c) Hvað eru margar gráður milli stóra og litla vísis þegar klukkan er 16.00? En þegar klukkan er 23.00?
- d) Hve margar gráður eru milli vísanna þegar klukkan er 15.05?
- e) Nemendur halda slíkum rannsóknum áfram og búa til fleiri dæmi fyrir bekkjarfélagana. Mikilvægt er að rökstyðja og ræða saman um lausnir og niðurstöður.

Til umhugsunar:

Kennari stjórnar umræðum um hvernig klukkur virka og það hvernig mönnum tekst að stilla þær svona nákvæmlega. Afla má upplýsinga hjá úrsmiðum eða á netinu. Nemendur athuga í þessu sambandi hlutföll í tannhjólum og hvaða lögmál búa þar að baki. Að lokum kynna þeir rannsóknir sínar fyrir skólafélögum sínum.

Í verkefnum hér á eftir eru lýsingar á klukkuskífum sem byggja á öðrum grunntölum en 60. Rannsaka má hreyfingar vísanna þar með sama hætti.

Brýrnar í Königsberg

Aldur: Unglingastig og miðstig

Markmið að nemendur:

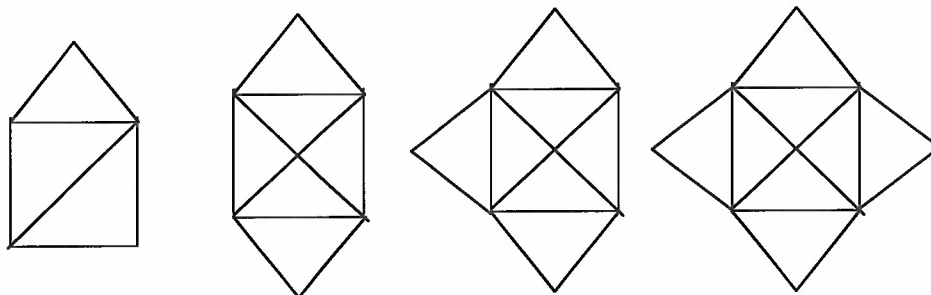
- kynnist hugtökum af sviði netafræði (hnútar eru punktar og leggir eru strik)
- kynnist þekktri þraut af sviði netafræði
- glími við rúmfræðileg vandamál og reyni að finna reglur sem þar liggja að baki

Efni: Skriffæri, krítar, malbikað leiksvæði.

Lýsing:

Kynnið fyrir nemendum þrautina um brýrnar í borginni Königsberg. Gegnum borgina liggja ár sem skipta henni í fjóra aðskilda borgarhuta og tengja sjö brýr þá saman (sjá mynd á vef). Íbúarnir skemmtu sér gjarnan við það á sunnudögum að reyna að skipuleggja göngur sínar um borgina þannig að þeir færu yfir allar brýrnar, en aðeins einu sinni yfir hverja. Hvernig sem þeir reyndu, þá tókst engum það. Stærðfræðingurinn Leonhard Euler sýndi fyrstur manna fram á hvaða stærðfræðileg lögmál lægju hér að baki. Hann setti fram sönnun þess að ekki væri hjá því komist að fara tvisvar að minnsta kosti eina leiðina, ef í kerfinu væru þrjár eða fleiri punktar, sem oddatölufjöldi leiða lægi frá, eins og raunin var í Königsberg.

Hverjar eftirfarandi mynda er hægt að teikna í einu án þess að lyfta blýantinum og án þess að fara ofan í strik aftur? Berið saman þessar myndir og brýrnar í Königsberg. Hvað er brú og hvað er borgarhluti í teikningunum?



Til umhugsunar:

Nemendur búa til fleiri netafræðiþrautir og teikna á skólalóðina og leggja svo fyrir aðra. Til dæmis er hægt að vera með skipulagt samstarf milli eldri og yngri nemenda.

Sjá nánar um verkefnið á eftirfarandi heimasíðu: <http://mathforum.org/isaac/problems/bridges1.html>

Í frjálssu falli

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- kynnist stærðfræðilögmálum sem liggja að baki hraða og hröðun
- teikni graf 2. stigs jöfnu sem lýsa sambandi tíma og vegalengdar

Efni: Stór pappaspjöld og ritföng.

Lýsing:

Í þessu verkefni rannsaka nemendur hreyfingu fallhlífarstökkvara sem fellur til jarðar í frjálssu falli, það er áður en hann opnar fallhlífina. Áætla má vegalendina sem hann fellur á tímaeiningu þannig: $s = 5t^2$, þar sem s stendur fyrir vegalengdina í metrum og t merkir tímann í sekúndum. Nemendur ganga frá lausnum þessa verkefnis til kynningar á veggspjöld og/eða í „power point“.

Verkefni:

- a) Hve langt hefur fallhlífarstökkvarinn fallið eftir 5 sekúndur?
- b) Hve langt hefur hann fallið eftir 10 sekúndur?
- c) Af hverju hefur hann fallið svona miklu lengra eftir 10 sekúndur?
- d) Hvað segir þetta okkur um hraða hans, eftir 1 sekúndu, 3 sekúndur, 12 sekúndur? Hvenær er hraðinn minnstur? Hvenær mestur?
- e) Hve langur tími hefur liðið þegar fallhlífarstökkvarinn hefur fallið um 180 metra?
- f) Teiknið graf sem lýsir sambandi vegalengdar og tíma samkvæmt framangreindri jöfnu.
- g) Með því að beita svonefndri diffrun á jöfnuna $s = 5t^2$ fæst önnur jafna sem reiknar hraða fallhlífarstökkvarans á ákveðnum tímapunkti. Hraðinn er mældur í metrum á sekúndu (m/s). Diffrun jöfnunnar virkar þannig: Talan 5 er margfölduð með veldisvísinum á t (þ.e. 2) og veldisvísirinn á t er lækkaður um einn. Þá er komin ný jafna. Ritið hana. Látið v tákna hraða og t tákna tímann eins og áður.
- h) Teiknið graf sem lýsir sambandi hraða og tíma.
- i) Hröðun fallhlífarstökkvarans segir okkur hve mikið fallhraði hans breytist á tímaeiningu, nánar tiltekið um hve marga metra á sekúndu fallhlífarstökkvarinn eykur hraða sinn á hverri sekúndu (táknað m/s^2). Reiknið hröðun fallhlífarstökkvarans.
- j) Köttur féll úr tré og var 1,8 s á leiðinni til jarðar. Hann hafði sömu hröðun og fallhlífarstökkvarinn. Hve hátt var fallið? Hver var hraði kattarins þegar hann lenti á jörðinni?
- k) Jóna er stödd í loftbelg í 900 metra hæð frá jörðu. Hún missir myndavélina sína sem fellur til jarðar með sömu hröðun og fallhlífarstökkvarinn. Hve langan tíma tekur það myndavélina að falla til jarðar? Hvaða líkur eru á að myndavélin sé heil eftir fallið? Rökyðjið út frá hraða hennar þegar hún lendir og efni eða jarðvegi sem hún lendir á.

Til umhugsunar:

Í verkefnabók sem fylgir námsefninu **Kraftur og hreyfing** (Námshagnastofnun) eru hugmyndir að verkefnum sem fela í sér athuganir á sambandi vegalengdar, tíma og hröðunar. Þessi verkefni er hægt að framkvæma á skólalóð eða annars staðar á jafnsléttu þar sem öryggis er gætt gagnvart bílaumferð.

Klukkureikningur með grunntölu 12

Aldur: Unglingastig og miðstig

Markmið að nemendur:

- kynnist talnafræði klukkunnar þar sem grunntalan er 12
- þjálfist í reikniaðgerðum í kerfi klukkunnar með grunntölu 12

Efni: Ritföng. Efni til að útbúa klukkuskífu með tölunni 0 í stað tölunnar 12.

Lýsing:

Eins og allir þekkja hefur venjuleg klukkuskífa 12 bil, ekki 10. Þess vegna byggir tímatáling okkar með klukku ekki á tugakerfi, heldur á kerfi þar sem talan 12 er lögð til grundvallar. Athugum eftirfarandi verkefni:

- Samkvæmt lyfseðli frá lækni á sjúklingur að taka lyf sitt inn á 8 stunda fresti. Fyrsti skammtur er tekinn klukkan 7 að morgni. Klukkan hvað á hann að taka næstu tvo skammta? Í þessu dæmi leggur maður saman 7 og 8 og fær út 3 og svo leggur maður saman 3 og 8 og fær út 11. Hvers vegna? Útskýrið og rökstyðjið.
- Benedikt ætlar að elda baunasúpu en samkvæmt uppskrift á að láta baunirnar standa í vatni í 12 klukkustundir áður en suða hefst. Hann leggur þær í bleyti klukkan 8. Hvenær á hann að hefja suðu? Hann þarf að leggja saman 8 og 12 og fær út 8. Hvernig virkar þetta? Útskýrið og rökstyðjið.
- Þegar reiknað er í kerfi með grunntölu 12 virkar talan 12 eins og 0. Í stað tölunnar 12 á klukkuskífu gæti því allt eins staðið 0. Teiknið klukkuskífu með einum vísi þar sem talan 0 stendur í stað tölunnar 12. Búið svo til dæmi lík dæmunum í a og b-lið og notið skífuna til að reikna.
- Búið til samlagningartöflu fyrir grunntölu 12. Á hvorum ási (lárétta og lóðrétta) verða tölurnar 0 til 11 (sjá nánar vef Flatar). Búið síðan til nokkur samlagningar- og frádráttardæmi með grunntölu 12 og leggið fyrir félagi. Svörin hafið þið alltaf í töflunni.
- Þegar margfaldað er í kerfi með grunntölu klukkuskífunnar má beita endurtekinni samlagningu. Hvað er klukkan eftir $5 \cdot 3$ klukkustundir, þ.e. $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ klukkustundir? Búið til fleiri dæmi af þessu tagi sem tengjast veruleika daglegs lífs.
- „Klukkudeilingu“ má hugsa sem margföldun. Hugsum okkur t.d. 8 deilt með 5. Þá segjum við 5 sinnum „hvað“ er 8? Prófum: $5 + 5 = 10$, $5 + 5 + 5 = 3$ og $5 + 5 + 5 + 5 = 8$, sem er rétta lausnin. 8 deilt með 5 í „klukkudeilingu“ er því 4, þ.e. $5 \cdot 4 = 8$. Búið til fleiri dæmi.

Til umhugsunar:

Hér gæti verið við hæfi að kynna fyrir nemendum svonefndan leifareikning (modular arithmetic). Sjá nánar á vef Flatar með skýringum við þetta verkefni.

Klukkureikningur með grunntölum 60 og 10

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- kynnist talnafræði klukkunnar
- skilji að útbúa má klukkur eða aðra tímamæla með öðrum grunntölum en 12 og 60

Efni: Hringfari og gráðubogi. Efni til að útbúa klukkuskífur á pappír.

Lýsing:

Fyrir um 4000 árum fundu menn upp á því að skipta deginum í 24 klukkustundir, hverri klukkustund í 60 mínútur og hverri mínútu í 60 sekúndur. Hér rannsökum við hvernig tímamælingar gengju fyrir sig ef stuðst væri við tugakerfið, þ.e. klukkustundin skiptist í 10 bil í stað 60.

- Útbúna er tvær hringlaga klukkuskífur á blað með hjálp gráðuboga, aðra sem mælir tíma út frá grunntölu 60 (venjuleg klukkuskífa) og hina sem mælir tíma út frá grunntölu 10 (klukkuskífa með 10 jöfnum bilum í stað 60).
- Köllum heilan hring stóra vísir á báðum skífunum eina klukkustund. Á venjulegri klukkuskífu kallast hvert lítið bil ($1/60$ af heilum hring) mínúta. Gefið sambærilegu bili á klukkuskífu með grunntölu 10 nýtt nafn, frjálst val. Slíkt bil er $1/10$ af heilum hring. Gerið það sama við bil sem er sambærilegt við sekúndu. Hvað er það stór hluti úr heilum hring í hvoru tilvikinu?
- Á hverjum sólarhring fer litli vísirinn tvo hringi. Hann vísar því tvisvar á töluna 1 o.s.frv. Búið til lausn á þessu vandamáli fyrir tugaklukkuna.
- Á venjulegri klukku gengur stóri vísir einn hring á meðan litli vísir færast um $1/12$ úr hring. Hvernig á að leysa þetta vandamál á tugaklukku? Athugið að hraði og afstaða vísanna þarf að fylgja einhverju skiljanlegu kerfi sem er í takt við snúning jarðar um einn hring.
- Finnið og skráið alla deila tölunnar 10 (deilir er tala sem gengur upp í aðra tölu). Gerið það sama við töluna 60. Hvaða þýðingu getur þessi munur haft með tilliti til ýmissa útreikninga þegar tími er annars vegar?
- Látum eftirfarandi tölur tákna hluta úr klukkustund: $1/2$, $1/5$, $3/10$, $3/4$, $4/6$, $5/12$, $7/15$ og $23/30$. Skoðið klukkustundir, mínútur og sekúndur bæði á venjulegri klukku með grunntölu 60 og einnig á klukku með grunntölu 10. Finnið fjölda klukkubila bæði á venjulegri klukku og tugaklukku miðað við framangreinda hluta úr klukkustund (Dæmi: $3/4$ jafngilda 45 mínútum á venjulegri klukku).
- Margrét er að mála húsvegg. Eftir eina klukkustund er hún búin að mála $5/6$ af veggnum. Hve langan tíma tekur að mála allan vegginn ef hún heldur sama hraða? Reiknið dæmið fyrst út frá venjulegri klukku og síðan út frá tugaklukku.
- Margrét er búin að reikna út að það taki hana 4 klukkustundir að mála eina umferð yfir alla veggina sem hún hyggst mála. Hún á frænda sem hefur atvinnu af því að mála hús. Hann telur að hann yrði 2 klukkustundir að því. Þau ákveða að vinna verkið saman. Hve lengi yrðu þau þá að mála eina umferð yfir allt? Reiknið dæmið fyrst út frá venjulegri klukku og síðan út frá tugaklukku.

Til umhugsunar:

Velja má aðrar grunntölur en 60 og 10 til að mæla tíma, í raun hvaða grunntölu sem er. Hægt er að láta nemendur búa til raunverulegar klukkur með eigin grunntölum og undirbilum í stað mínútna og sekúndna í samstarfi við smíðakennara og myndmenntarkennara. Vandamál sem þarf að leysa er hraði og afstaða vísanna. Sjá nánar á vef Flatar.

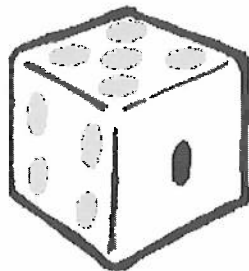
Þrautir um tíma og rúm

Hér á eftir eru yfir 80 þrautir um tíma og rúm sem flokkaðar eru í þrjú þyngdarstig. Á undan hverjum flokki er mynd af teningi með einum, tveimur eða þremur punktum. Fjöldi punkta á teningum gefur til kynna þyngdarstig þrautanna.

Það fer eftir nemendahóp hverju sinni hvaða þrautir kennari leggur fyrir. Kennara er í sjálfsvald sett hvort nemendur leysa þrautir einstaklingslega eða í hópi en heppilegt getur verið að nota kennsluaðferðina „Einn, fleiri, allir...“. Þá er nemendum kynnt þrautin og hver og einn fær tækifæri til að reyna við hana. Eftir ákveðinn tíma bera nemendur sig saman (tveir og tveir eða þrír og þrír) um heppilega lausn og lausnarferli þrautarinnar og í lokin kynna þessir tveir (þrír) nemendur niðurstöður sínar og lausnarferlið fyrir bekknum. Með þessu móti fær einstaklingurinn tækifæri til að spreyta sig og aðferðin skapar einnig aðstæður til umræðna.

Við úrlausnir á þrautum ætti að leggja áherslu á að nemendur leysi þær með sínum hætti og með þeim hjálpargögnum sem þeir kjósa sér, t.d. vasareiknum, talnagrindum og dagatölum. Mjög mikilvægt er einnig að gefa nemendum þann tíma sem þeir þurfa til að leysa þrautir. Nauðsynlegt getur verið að nota venjulegt dagatal til að leysa sumar þrautirnar sér í lagi fyrir yngri nemendur.

Á heimasíðu Flatar er að finna vísbendingar og lausnir á eftirfarandi þrautum.



1. Hvaða mánaðardagur er í miðju ársins?
2. Hvað hafa margir mánuðir 30 daga?
3. Hvað hafa margir mánuðir 31 dag?
4. Hvað eru margir sunnudagar í venjulegum mánuði?
5. Hvað eru margir sunnudagar í ári?
6. Ég er 21 árs gömul en ég hef bara átt afmæli 5 sinnum. Af hverju heldur þú að það sé?
7. Hvað eru margar klukkustundir frá miðnætti til kl. 7 að morgni?
8. Hvað eru margir dagar frá 10. mars til 8. apríl?
9. Á hvaða mánaðardegi lendir hundraðasti dagur ársins í venjulegu ári? En í hlaupári?

10. Drottning Englands, Elísabet, fæddist þann 21. apríl 1923. Hvað er hún þá gömul í ár?
11. Árið 1953 var Elísabet Englandsdrottning krýnd. Hvað hefur hún verið drottning í mörg ár?
12. Hvað borðar þú margar kekkur í allt ef þú borðar tvær á dag í eitt ár?
13. Hvað eru mörg ár síðan þú varst 3 ára?
14. Hvað eru margir dagar til áramóta?
15. Á hvaða mánaðardegi lendir tvöundraðasti dagur ársins í venjulegu ári? En í hlaupári?
16. Hvað eru margar sekúndur í hálfri mínútu?
17. Hvað eru margir dagar í 3 vikum?
18. Morgunstund
Árni byrjar að vinna kl. 9.00. Það tekur hann 15 mínútur að klæða sig, burstu tennur og hafa sig til. 20 mínútur að borða morgunmat og 35 mínútur að ganga í vinnuna. Klukkan hvað þarf hann að vakna?
19. Enskunám
Gylfi ákvað að læra ensku. Eftir eins árs nám var orðaforði hans orðinn 1300 orð. Hann hét sjálfum sér því að í lok annars námsárs yrði orðaforði hans orðinn 8000 orð. Hann lagði nú hart að sér við námið og bætti við sig 400 nýjum orðum í allt næstu 3 mánuði. Ef Gylfi héldi áfram með sama hraða sá hann að hann myndi ekki ná takmarki sínu. Hve mörg orð verður Gylfi að læra á hverjum mánuði, þann tíma sem eftir er af tveggja ára námstíma hans til að hann nái takmarki sínu?
20. Klukkan
Klukkan hennar ömmu slær á heilum og hálfum tíma. Á heila tímanum slær hún jafn mörg slög og klukkan er, en á hálfá tímanum slær hún eitt slag. Hve mörg slög slær hún á einum sólarhring?
21. Vísarnir
Hve mörgum sinnum fer stóri vísirinn yfir litla vísinn á einum sólarhring?
22. Svefntími
Segjum að þú þurfir að vakna kl. 8.00 á morgnana. Hvenær þarftu að fara að sofa á kvöldin ef þú sefur í 10 klukkustundir? En ef þú sefur 8 klukkustundir? Hvenær þarftu að háttu þig ef þú ætlar að lesa í 15 mínútur áður en þú ferð að sofa?
23. Afmælis dagar
Á hvaða vikudegi lendir/lenti afmælisdagurinn þinn í ár?
Hvenær verður afmælisdagurinn þinn aftur á sama vikudegi og í ár?
Hvenær var hann síðast á þessum degi?
Hvaða vikudag ert þú fædd(ur)?
Skráðu niður alla afmælisdaga þína og athugaðu á hvaða vikudegi þú hefur oftast átt afmæli.
Skráðu einnig hvernig það verður næstu 10 árin.
Hve oft hefur þú átt afmæli á sama vikudegi og þú fæddist á?

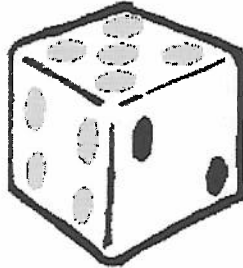
24. Hve gömul eru börnin?
Raðaðu þessum fimm börnum í rétta aldursröð.
Engin tvö börn eru jafngömul.
María er eldri en Bjarni og yngri en Torfi.
Jason er eldri en Torfi. Rósa er eldri en Bjarni og yngri en María.
25. Klukkustundir
Það eru 24 klukkustundir í sólarhring.
Það eru 60 mínútur í einni klukkustund.
Það eru 60 sekúndur í einni mínútu.
a) Hve margar klukkustundir eru í fjórum sólarhringum?
á) Hve margar mínútur eru í 2 klukkustundum?
b) Hve margar sekúndur eru í einni klukkustund?
d) Hve margar mínútur eru í einum sólarhring?
ð) Una er 4 mínútur og 25 sekúndur á leiðinni í skólann. Hve margar sekúndur er hún á leiðinni?
26. Árið
Í einu ári eru 365 dagar (hlaupár eru fjórða hvert ár, þá eru 366 dagar í árinu). Hve margir dagar eru í næstu 2 árum?
Hve margir dagar eru í næstu 3 árum? En næstu 4 árum?
27. Febrúar/mars
Febrúar er stysti mánuður ársins með aðeins 28 daga nema þegar það er hlaupár. Í mars eru 31 dagar. Hve margir dagar eru samtals í febrúar og mars í venjulegu ári? Hve mörgum dögum munar á febrúar og mars í venjulegu ári? En í hlaupári?
28. Lýðveldisdagurinn
Lýðveldisdagur Íslands er 17. júní. Hvað eru þá margir dagar eftir af júní?
29. Afmæli
Birta á afmæli 12. október og Arna 27. október. Þær ætla báðar að halda afmælisveislu fyrir allan bekkinn á sjálfan afmælisdaginn. Þegar afmæli Birtu er búið hlakka bekkjarfélagar þeirra til afmælis Örnú. Hvað þurfa þeir að bíða í marga daga eftir því?
30. Afmælis dagar
Bjarki á afmæli 25. ágúst og Mjöll systir hans á afmæli 2. september. Hvað eru margir dagar á milli þeirra?
31. Áfram dagatal
Þriðjudaginn níunda sagði Lísu: „Ég er að fara til ömmu og afa síðar í mánuðinum. Það verður um helgi. Dagsetningin er oddatala og summa talanna í dagsetningunni er 9“. Hvaða dag fer Lísu til ömmu sinnar og afa?
32. Aldursröð
Jóna er eldri en Karl. Karl er eldri en Svanur og Svanur er yngri en Jóna og Rakel er eldri en Jóna. Skráðu nöfn þessara barna í röð eftir aldri.
33. Morgunstund gefur gull í mund
Atli vaknar kl. 6.55 á morgnana. Klukkan 8.15 er hann tilbúinn að halda af stað í skólann. Hvað tekur það hann langan tíma að hafa sig til fyrir skólann?

34. Sjónvarpið

Elín getur ekki beðið eftir að uppáhalds sjónvarpsefni hennar byrji í sjónvarpinu. Klukkan er bara sex og þátturinn sem hún ætlar að horfa á byrjar eftir eina klukkustund og 10 mínútur. Klukkan hvað byrjar þátturinn?

35. Vinir

Þrír vinir áttu og ráku saman bíl í eitt ár. Hver þeirra ók 152 km á mánuði. Hvað var bíllinn mikið ekinn á þessu eina ári?



36. Klukkuskífa

Skiptu skífu klukkunnar í þrjá hluta þannig að summa talnanna í hverjum þriðjungi verði jöfn.

37. Hvað eru þeir gamlir?

Pabbi Friðriks á afmæli og Friðrik segir:

„Að hugsa sér, nú ertu tvöfalt eldri en ég“.

„Já, en fyrir 10 árum þá var ég þrefalt eldri en þú“, svarar pabbi hans. Hve gamall er Friðrik? Hve gamall er pabbi hans?

38. Ferðalag til Egyptalands

Nokkrir vinir fóru í ferðalag til Egyptalands. Flugferðin þangað tók 315 mínútur. En ferðin til baka tók 216 mínútur. Vinirnir dvöldu í Egyptalandi í 3629 mínútur. Hvað tók ferðalagið langan tíma? (Námundaðu að tug). Hvað tók það raunverulega langan tíma? Hvað margar klukkustundir? Hvað marga daga?

39. Járnsmiður

Dag einn féll járnsmiður í 2 metra djúpa holu. Á hverjum degi skreið skordýrið $1/4$ af upphaflegu hæðinni en á hverri nóttu rann það niður $1/8$ úr metra. Hvað tók það dýrið marga daga að komast upp úr holunni?

40. Aldur ömmu

Amma Jonna gefur ekki upp hvað hún er gömul. En hún gefur Jonna nokkrar vísbendingar. Hún hafði náð $1/20$ af aldri sínum áður en hún byrjaði í skóla. Hún varði $3/20$ lífs síns í skóla. Hún vann $1/10$ áður en hún gifti sig. Hún var gift $2/5$ hluta lífs síns. Maður hennar dó þegar $7/10$ voru liðin af lífi hennar. Það eru 24 ár síðan maður hennar dó. Hvað er amma Jonna gömul?

41. Bolti skoppar

Bolta er kastað úr 100 m hæð. Í hvert sinn sem hann kemur við jörðina skoppar hann til baka $3/5$ af þeirri hæð sem hann fellur úr. Hversu langa vegalengd hefur boltinn farið þegar hann lendir á jörðinni í 5. sinn?

42. Heimsmet

Heimsmetið í „sundur-saman“ hoppi er 14500 hopp á 5 klukkustundum og 35 mínútum. Konni hoppar 55 sinnum á mínútu. Getur Konni slegið heimsmetið? Hvað er hann lengi að hoppa 14500 sinnum?

43. Bló

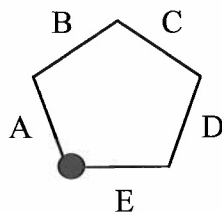
Kvikmynd er 130 mínútna löng. Hvað á hún margar mínútur eftir þegar tvær klukkustundir eru liðnar? Hvað horfum við í margar mínútur ef við höfum bara tíma til að horfa á hálfu myndina?

44. Matjurtagarður

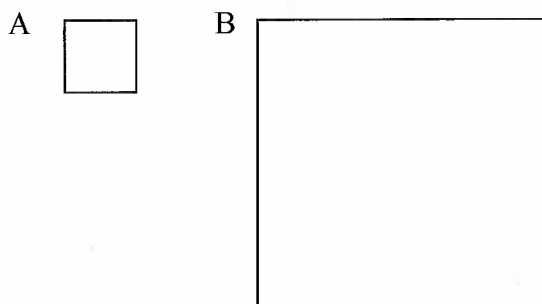
Magnús ætlar að búa til matjurtagarð sem á að vera 10.1 m á lengd og 4.2 m á breidd. Til að forðast átroðning ætlar hann að girða í kringum matjurtagarðinn. Girðingin verður 11.2 m á lengd og 5 m á breidd. Hvert er flatarmál svæðisins sem er á milli girðingarinnar og matjurtagarðsins sjálfs?

45. Á hraða snigils

Snigill skriður í kringum jafnarma fimmhyrning. Hann byrjar á punktinum. Á hvaða hlið er hann þegar hann hefur skriðið $13/20$ af öllum fimmhyrningnum?

46. Ferningar

Hér eru ferningarnir A og B. Hlið B ferningsins er fjórum sinnum lengri en hlið A ferningsins. Hversu mikið meira er flatarmál B ferningsins en A ferningsins?

47. Klukkustundirnar

Klukkustundirnar sem eftir voru af sólarhringnum voru $1/3$ af þeim klukkustundum sem voru liðnar. Hve margar klukkustundir voru eftir af sólarhringnum?

48. Viðbyggingin

Páll bjó í húsi sem var 100 m^2 á stærð. Hann byggði við húsið og var viðbyggingin 4 m að lengd og 5 m á breidd. Hvað stækkaði hann húsið mikið? (Sýndu hlutföll og prósentur.)

49. Leigubílaferð

Leigubíll kostar 2100 krónur. Hvað var búið að keyra langt ef farið kostaði 900 krónur fyrir fyrsta $\frac{1}{3}$ km og 100 krónur fyrir hvern $\frac{1}{8}$ km sem bættist við?

50. Bananahýði

Bananahýði er um $\frac{1}{8}$ af heildarþyngd banana. Ef þú kaupir 3 kg af banana og hvert kíló kostar 600 krónur hvað borgarðu mikið fyrir bananahýðið? Hvað mikið fyrir bananann sjálfan? (Námundaðu að krónu.)

51. Holumokstur

Það tekur einn mann einn dag að moka holu sem er 2 m á lengd, 2 m á breidd og 2 m dýpt (2m x 2m x 2m). Hvað tekur það 3 menn langan tíma að moka holu sem er 4m x 4m x 4m?

53. Frystikista

Frystikista getur geymt 225 dósir sem tekur 8 lítra hver og 515 dósir sem tekur 27 lítra hver. Hvað getur frystikistan geymt marga lítra?

53. Plánetan Mars

Á Mars er sólarhringurinn 40 klukkustundir. Klukkustundirnar sem eftir voru sólarhringsins voru $\frac{1}{4}$ af þeim klukkustundum sem voru liðnar. Hve margar klukkustundir voru eftir af deginum?

54. Vatnsbirgðir í Afríku

Vatnsbirgðir eru víða vandamál í heiminum. Í litlu þorpi í Afríku er vatnshani á miðju torgi. Á hverri mínútu falla 3 dropar á jörðina. Hver dropi mælist $1 \frac{1}{3}$ ml. Hvað fer mikið vatn til spillis í þessu litla þorpi á ári? Gefið svarið í lítrum.

55. Hjólreiðaferð

Það eru 12 km frá skóla einum í úthverfi Reykjavíkur niður í Nauthólsvík. Sjöttu bekkingar ætla í hjólreiðaferð og kaupa sér ís á leiðinni. Nemendurnir leggja af stað kl. 11.00 og hjóla á 10 km/klst. Þegar þeir koma í Ísbúðina er kl. 11.30. Þeir staldra þar við í 15 mínútur að borða ís. Nemendurnir vilja vera komnir niður í Nauthólsvík kl. 12.20 því þá á að grilla. Getu nemendurnir haldið sama hraða og komið á réttum tíma í grillið eða þurfa þeir að auka hraðann?

56. Dagatalsskemmtun

Jónas sagði: „Veldu þrjár dagsetningar sem eru í röð í einhverri viku á dagatali. Segðu mér nú summu þessara þriggja talna og ég segi þér hvaða dagsetningar þú valdir.“

Númi valdi í laumi 14, 15 og 16 og summa þessara talna er 45 og Númi sagði Jónasi það. Á nokkrum sekúndum sagði Jónas: „Dagsetningarnar eru 14, 15 og 16“.

Davíð valdi 22, 23 og 24 sem er 69 ef tölurnar eru lagðar saman. Aftur gat Jónas svarað á örfáum sekúndum „dagsetningarnar þínar eru 22, 23 og 24“.

Getur þú fundið út hvernig Jónas gerði þetta? Getur hann leyst þetta ef vinir hans velja 4 tölur? En 5 o.s.frv.

57. Gömul klukka

Andri keypti gamla gauksklukku í antíkverslun. Hún gengur heldur hægt, hún missir 9 mínútur úr hverjum klukkutíma. Anna vinkona Andra tekur eftir því dag einn að gauksklukkan er rétt á þriðjudegi. Hvenær verður klukka Andra næst rétt?

58. Málarar

Magnús og Jóhann eru málarar. Þeir vinna á sama hraða. Tveir saman ættu þeir að geta málað hús eitt í Reykjavík á 9 dögum. Þeir fá Róbert til að hjálpa sér en hann vinnur á sama hraða og Magnús og Jóhann. Hvað verða þeir fljótir að mála húsið?

59. Auglýsing

Áslaug sá auglýsingu í blaði um nettengingu sem hljóðaði svona:

- Veldu nettengingu hjá okkur -
- Frítt í 10 daga -

Fyrsta daginn færðu 1 mínútu fría.

Annar daginn færðu 2 mínútur fríar.

Þriðja daginn færðu 4 mínútur fríar.

Fjórtá daginn færðu 8 mínútur fríar.

Fimmta daginn færðu 16 mínútur fríar og svo framvegis.

Ef Áslaug vildi prófa þessa þjónustu í 10 daga, hvað fengi hún þá margar mínútur fríar tíunda daginn? Hvað eru það margar klukkustundir og mínútur?

60. Hlaupari

Gunna ætlar að koma sér í form fyrir 5 km hlaup. Hún ætlar að hlaupa á hverjum degi til að byggja sig upp.

Á mánudaginn ætlar hún að hlaupa í 2 mínútur.

Á þriðjudaginn í 3 mínútur og á miðvikudaginn í 5 mínútur.

Á fimmtudaginn í 8 mínútur og svo framvegis þar til hún hleypur einn daginn í 30 mínútur.

Á hvaða vikudegi mun hún hlaupa í 30 mínútur samfleytt?

61. Bóas

Bóas er að lesa bók sem er 445 blaðsíður. Hann hefur þegar lesið 157 bls. af bókinni. Hvað verður hann lengi að klára bókina ef hann les 24 bls. á dag?

62. Kalli kanína

Kalli kanína á þrjár gulrætur. Ein er 10 cm á lengd, önnur 12 cm og sú þriðja er 15 cm á lengd. Hvernig getur hann notað gulræturnar til að finna lengdina 17 cm?

80. Rétt klukka?

Tvær klukkur hanga hlið við hlið. Önnur flýtir sér um 10 mínútur á klst., hin seinkar sér um 10 mínútur á klst. Nýlega voru þær stilltar réttar á klukkan 12 en sýna nú báðar að klukkan er 6. Hvað er rétt klukka núna?

81. Vísarnir

Stóri og litli vísir á klukku eru samliggjandi klukkan 12 (annar leggst yfir hinn). Hvenær verða þeir næst samliggjandi?

82. Langhlauparinn

Maður nokkur ætlar að hlaupa frá Reykjavík til Egilsstaða sem er um 698 km leið. Hinn 1. janúar hleypur hann 1 km. Eftir það hleypur hann hvern dag einum kílómetra lengra en næsta dag á undan. Hvenær kemst maðurinn á leiðarenda?

83. Skokkarinn

Hulda hleypur 8 km á 36 mínútum. Hve lengi er hún að hlaupa 5 km á sama hraða?

84. Stofuklukkurnar

Anna leit á stofuklukkuna þegar hún gekk út. Þá var klukkan 12. Anna hélt svo til Ásu vin konu sinnar. Þegar hún kom þangað sýndi stofuklukka Ásu 17. Eftir tveggja tíma dvöl þar fór Anna sömu leið heim og þegar hún kom þangað sýndi klukka hennar 17. Báðar klukkurnar ganga rétt. Klukka Önnu er ekki rétt stillt, en klukka Ásu er rétt. Hvað var rétt klukka þegar Anna kom heim?

85. Fæðingardagur Jóns

Jón á 14 ára afmæli laugardaginn 27. september árið 2003. Á hvaða vikudegi fæddist hann?

Vefslóðir

Flötur, samtök stærðfræðikennara
<http://flotur.ismennt.is>

Hvalavefurinn
<http://www.ruv.is/hvalir/>

Vísindavefur HÍ þar má finna ýmsan fróðleik um tíma og rúm
<http://www.visindavefur.hi.is/>

Um brýrnar í Königsberg:
<http://mathforum.org/isaac/problems/bridges1.html>

Reiknirit til að finna dagsetningu páska samkvæmt gregoríönsku tímatali:
<http://www.smart.net/~mmontes/nature1876.html>

Heimildaskrá

Aðalnámskrá grunnskóla. 1999. Reykjavík, Menntamálaráðuneytið.

Árni Björnsson. 1990. Rómverskt tímatal. Íslensk þjóðmenning VII, Alþýðuvísindi, raunvísindi og dulfræði. (Frosti F. Jóhannsson sá um útgáfuna). Reykjavík, Bókaútgáfan Þjóðsaga.

Billstein, Rick, Libeskind, Shlomo og Lott, JohnnyW. 1997. *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*. Addison-Wesley.

Bergamini, David. 1966. *Stærðfræðin*. Þýðing Björn Bjarnason. Alfræðasafn AB. Reykjavík, Almenna bókafélagið.

Edda Kristjánsdóttir. 1997. Tíma tal. Safn til Iðnsögu Íslendinga, X. bindi, bls. 23-66. Reykjavík, Hið íslenska bókmenntafélag

Hawking, Stephen W. 1990/1988. *Saga tímans*. Guðmundur Arnlaugsson íslenskaði. Reykjavík, Hið íslenska bókmenntafélag.

Hurd, Dean. 2001. *Sól, tungl og stjörnur*. Íslensk þýðing Þorsteinn Vilhjálmsson. Námsgagnastofnun.

Íslenska stærðfræðafélagið. 1998. *Stærðfræðikeppni framhaldsskólanna 1984-1998*. Ritstjórar: Jóhann Sigurðsson og Rögnvaldur G. Möller. Iðnú.

Johnson, Donovan A. og Glenn, William H. 1973. *Matemagi*. Matematik på egen hånd. Þýðing Erik Johansen úr ensku. Gyldendal.

Meyvant Þórólfsson. 2002. *Tími og rúm*. Meistaraprófsritgerð við framhaldsdeild Kennaraháskóla Íslands. Kennaraháskóli Íslands.

Pirani, Felix & Roche, Christine. 1999. *Introducing the Universe*. Útg. Richard Appignanesi. England, Icon Books.

Swift, Jonathan. [Án ártals]. *Ferðir Gullivers um ókunn lönd*. Þýð. Ævar Kvaran og Ólafur Halldórsson. Reykjavík, H.F. Leiftur.

Að þessu sinni varð þemað timi og rúm fyrir valinu í tilefni af Degi stærðfræðinnar 27. september. Engum dylst að tími og rúm eru grundvallarhugtök sem varða alla í lífi, leik og starfi og skipa því stóran sess í stærðfræðinámi.

Mikilvægt er að allir geri sér grein fyrir að það ástand sem við upplifum og tilheyrum í „núinu“ er ekki sjálfstætt kyrrstöðuástand óháð fortíð og framtíð, heldur eitt ofursmátt andartak í heildarframvindu sem engum tekst að stöðva. Öll höfum við þörf fyrir að fylgjast með framrás tímans, geta lesið á tímamæla og nýtt okkur þá til að skipuleggja líf okkar og störf. Einnig er mikilvægt að skilja hvernig sjálf klukka náttúrunnar gengur og skynja þannig framrás tímans. Til að svo geti orðið þurfum við að rannsaka rúmið með óendanlega flóknum og margbreytilegum formum sínum, sem eru á sífelldri hreyfingu og taka stöðugum breytingum hvert sem litið er. Stærðfræði er ákjósanlegasta tækið til að fylgjast með þessari framvindu og fjalla um hana.

Þetta er í fjórða skiptið sem Flötur, samtök stærðfræðikennara, gefur út slíkt þemahefti. Vonast er til að það komi kennurum að góðum notum á þessum tímamótum og stuðli að aukinni stærðfræðihneigð nemenda á öllum aldri.



F L Ö T U R
samtök stærðfræðikennara