

DAGUR STÆRÐFRÆÐINNAR

27. september 2000

Rúmfræði
verkefni og hugmyndir



Stuðningsaðilar þessa rits eru eftirtaldir:

Akraneskaupstaður

Félags- og skólaþjónusta Þingeyinga

Fræðslumiðstöð Reykjavíkur

Fræðslu- og menningarsvið Kópavogsbæjar

Fræðslu- og menningarsvið Mosfellsbæjar

Fræðslu- og menningarsvið Suðausturlands

Grindavíkurkaupstaður

Kennarasamband Íslands

Skólamálaáskrifstofa Húnavetninga

Skólamálaáskrifstofa Reykjanesbæjar

Skóladeild Akureyrarbæjar

Skólaskrifstofa Austurlands

Skólaskrifstofa Garðabæjar

Skólaskrifstofa Hafnarfjarðar

Skólaskrifstofa Seltjarnarness

Skólaskrifstofa Siglufjarðar

Skólaskrifstofa Vesturlands

Dagur stærðfræðinnar

27. september 2000

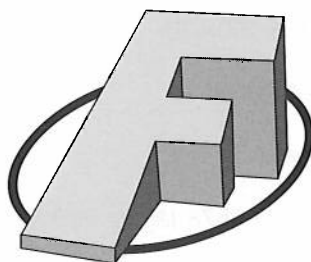
Rúmfræði verkefni og hugmyndir

Tekið saman af:

Birnu Hugrónu Bjarnardóttur, Guðbjörgu Pálsdóttur,
Guðrúnu Angantýsdóttur, Matthildi Guðmundsdóttur,
Meyvant Þórólfsyni, Sigrúnu Ingimarsdóttur og
Þór Jóhannssyni.

Teikningar:

Björk Ólafsdóttir og
Jón Kristján Kristinsson.



FLÖTUR
samtök stærðfræðikennara

Dagur stærðfræðinnar, 27. september 2000
Rúmfræði, verkefni og hugmyndir

Tekið saman af: Birnu Huguínu Bjarnardóttur, Guðbjörgu Pálsdóttur, Guðrúnu Angantýsdóttur, Matthildi Guðmundsdóttur, Meyvant Þórólfsyni, Sigrúnu Ingimarsdóttur og Þór Jóhannssyni.

Ljósmyndir: Guðbjartur Kristófersson (bls.33), Leif Kragh (bls.14) o.fl.

Hönnun og uppsetning skýringamynda: Ólafur Angantýsson.

Teikningar: Björk Ólafsdóttir og Jón Kristján Kristinsson.

Ritstjóri og ábyrgðarmaður: Guðrún Angantýsdóttir.

Útgefandi: FLÖTUR samtök stærðfræðikennara.

Hönnun og prentun: Prentsmiðjan Oddi hf. – F9578 (ágúst 2000).

Efnisyfirlit

	Bls.
Formáli	5
Rúmfræði á Degi stærðfræðinnar	6
Uppbygging ritsins	7
Rúmfræði í sögulegu ljósi	8
Rúmfræði og myndun þekkingar	10
Yfirlit yfir verkefni	12
Yngsta stig – verkefni:	
Komum okkur í form	13
Flísamynstur	14
Pappírsbrot	15
Spegill, spegill herm þú mér	16
Ævintýri á gönguför ungra listamanna	18
Fjár sjóðsleit	19
Hvernig verður teningur til?	20
Tangram	21
Hornaleikur	22
Vangaveltur í hnitakerfi	23
Yngsta stig – hugmyndir að verkefnum:	
Ó borg mín borg	24
Landaparís	24
Lýsing forma	24
Stjörnur í fimm- og sexhyrningum	24
Gatamyndir	25
Ferlar	25
Feringamynstur	25
Skref á pinnabretti	26
Hattasýning	26
Eldspýtnaprautir	26
Miðstig – verkefni:	
Flottar myndir	27
Kort og kortalitun	28
Rör eru til margs nýt	29
Litlir kassar og dinga linga ling	30
Prírhyrningatílaunir	31
Hvernig er einn fermetri í laginu?	32
Rannsóknir með tveimur speglum	33
Skoðið heiminn í gegnum pappírsrör	34
Þekja ferhyrningar flöt?	35
Völundarhús	36
Miðstig – hugmyndir að verkefnum:	
Gangstéttir og hellulagnir	37
Ferlar	37
Listaverk og form	38

Hvar lendir eggjð?	38
Hvernig má smækka/stækka þríhyrning?	38
Eldspýtnaþrautir	39
Þökun	39
Keilur	40
Er hægt að búa til ferning, sexhyrning og átthyrning úr hring?	40
Sápukúlur	40
Unglingastig – verkefni:	
Prívíddarteikningar	41
Spegilmyndir	42
Tölvulist	43
Kviksjá	44
Fimmínur	45
Mynstur og form með hringfara	46
Beinagrindarturninn	47
Sierpinski-pýramíðinn	48
Gullinsnið	49
Sporbaugur	50
Unglingastig – hugmyndir að verkefnum:	
Listaverkið mitt	50
Prívíð form	50
Ferningar og aðrir hyrningar	50
Með einu klippi	51
Dagblaðaturninn	51
Paradísargarðurinn	51
Einkenni sívalninga	51
Eldspýtnaþrautir	51
Teikning gegnum rúðunet	52
Hornasummur reglulegra marghyrninga - þökun	52

Formáli

Flötur, samtök stærðfræðikennara voru stofnuð 3. mars 1993. Markmið samtakanna eru fjórþætt:

- Að efla stærðfræðináms og -kennslu í íslenskum skólum.
- Að stuðla að aukinni menntun stærðfræðikennara.
- Að vera vettvangur umræðna um markmið og áherslur í stærðfræðinámsi og -kennslu í samræmi við þróun þjóðfélagsins, tækni og greinarinnar.
- Að veita kennurum stuðning við að takast á við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð.

Stjórn Flatar ákvað að minnst þess á veglegan hátt að árið 2000 er alþjóðlegt ár stærðfræðinnar. Ákveðið var að halda **Dag stærðfræðinnar**, 27. september í öllum skólum landsins og að útbúa sérstakt verkefnasafn sem kennarar eru hvattir til að nota þann dag. Flötur gefur verkefnasafnið í alla skóla landsins en einnig er það að finna á heimasíðu Flatar: <http://www.ismennt.is/vefir/flotur>

Mikil vinna hefur verið lögð í að minna á **Dag stærðfræðinnar** og gera veg hans sem mestan:

- Bréf var sent til allra skólaskrifstofa á landinu til að kynna átakið og fara fram á stuðning við það.
- Veggspjöld voru gefin í alla skóla landsins og einnig voru þeim send kynningarbréf.
- Skipaður var undirbúningshópur til að vinna að þessu riti sem Flötur hefur nú gefið í alla skóla landsins. Ákveðið var að þema **Dags stærðfræðinnar** yrði rúmfræði.

Allir þeir sem styrktu útgáfu þessa rits eru nefndir innan á forsíðunni og hafi þeir bestu þakkir fyrir stuðninginn. Viljum við einnig þakka þeim fjölmörgu öðrum sem lagt hafa hönd á plóginn.

Ragnheiður Gunnarsdóttir
formaður Flatar.

Rúmfræði á Degi stærðfræðinnar

Framan af tuttugustu öld kom orðið stærðfræði sjaldan fyrir í ræðu og riti um almenningsfræðslu. Menntöluðu nær eingöngu um reikning þegar vísað var til þess sem fengist er við nú á dögum undir merkjum stærðfræði. Árið 1938 skrifaði Gestur Ó. Gestsson grein í Menntamál sem hann nefndi „Stærðfræðin“. Gestur útskýrði heiti greinar sinnar meðal annars með eftirfarandi hætti:

„Ég nota orðið stærðfræði ekki af neinni sundurgerð, heldur vegna þess, að rúmfræðin - mælingafræði og formfræði - á engu minni rétt á sér í skólum, en reikningurinn. Í byrjunarkennslu ætti formfræðin að sitja fyrir öðrum greinum stærðfræðinnar, og við hana getur reikningsnafnið ekki átt.“

Þrátt fyrir þessar áminningar Gestis fyrir rúmum 6 áratugum og ýmissa annarra síðan hafa tölur og talnareikningur skipað langstærstan sess í allri stærðfræðikennslu allt fram á þennan dag. Samt höfum við óendanlega fjölbreytni rúmfræðilegra viðfangsefni í umhverfi okkar, sem hafa grundvallarþýðingu fyrir nám og kennslu í stærðfræði.

Á heimsráðstefnu Alþjóðasambands stærðfræðinga árið 1992 voru samþykktar tillögur um að árið 2000 yrði alþjóðlegt stærðfræðiár. Af þessu tilefni stendur Flötur, samtök stærðfræðikennara, fyrir **Degi stærðfræðinnar** hinn 27. september umrætt ár. Markmið þessa dags er að vekja nemendur og sem flesta aðra til umhugsunar um stærðfræði og hlutverk hennar í samfélaginu og að þeir sjái hana í víðara samhengi en almennt gerist í hefðbundinni skólastærðfræði þar sem talnareikningur er í aðalhlutverki.

Því var ákveðið að beina sjónum að þeim þætti sem minnsta athygli hefur fengið í skyldunámi, þrátt fyrir óendanlega möguleika og fjölbreytni þýðingamikilla viðfangsefna. Þáttur rúmfræðinnar er sífellt að aukast í daglegu lífi fólks. Sem dæmi má nefna að þeir sem fást við hönnun af ýmsu tagi nota rúmfræði mikið í starfi sínu, má þar nefna arkitekta, iðnhönnuði og þá sem búa til tölvuleiki. Einnig kemur rúmfræði mikið við sögu í allri kortagerð svo sem gerð landakorta, vegakorta og ýmissa leiðarkorta. Aukinn áhugi á rannsóknum á náttúrunni kallar á aukna þekkingu í rúmfræði því ýmis náttúrulögmál eru af rúmfræðilegum toga og til að geta hagnýtt tengslin verður ákveðin þekking og reynsla að vera til staðar.

Rúmfræðiþekking styrkir stærðfræðilega hugsun og vinnubrögð. Það var því engin tilviljun að talnakerfi Forngríkkja byggðist á rúmfræði og allflestar skilgreiningar þeirra og sannanir byggðust á rúmfræðilegum forsendum. Á sama hátt má segja að það styrki talnaskilning barna ef þau hafa unnið markvisst með ýmis rúmfræðileg mynstur því þá átta þau sig frekar á uppbyggingu talnamynstra ýmiss konar.

Í Aðalnámskrá grunnskóla 1999 (bls. 32), stærðfræðihluta, segir um rúmfræðikennslu á yngsta stigi:

„Rúmfræðinám ungra barna ræðst fyrst og fremst af

rannsóknum þeirra á umhverfinu. Námsárangur í rúmfræði ræðst ekki síst af markvissri umræðu þar sem nemendur þjálfast í notkun mismunandi hugtaka.“

Þessar fullyrðingar eiga ekki bara við um yngri börn heldur alla nemendur grunnskólans. Í rúmfræðinámi er mikilvægt að nemendur fái að rannsaka umhverfi sitt og ræða markvisst um rannsóknir sínar, óháð aldri. Því er mikil áhersla á verklega vinnu, hópvinnu og umræður í verkefnum hér á eftir.

Með þessu riti er þráðurinn tekinn upp þar sem Gestur skildi við hann fyrir 62 árum síðan og kastljósinu beint að rúmfræði og þeim ótæmandi sjóði viðfangsefna sem þar leynast. Megináhersla er á formfræðipáttinn, en hverfandi áhersla á mælingapáttinn, enda hefur sá síðarnefndi fengið mun meiri umfjöllun í almennu námi.

Uppbygging ritsins

Þetta rit er fyrst og fremst ætlað kennurum en það getur vitaskuld nýst öllum þeim sem hafa áhuga á að glíma við stærðfræðileg viðfangsefni. Fyrst koma tveir kaflar sem nefnast **Rúmfræði í sögulegu ljósi** og **Rúmfræði og myndun þekkingar**.

Þar á eftir koma hugmyndir að verkefnum. Flest verkefnanna eru hópverkefni og mikil áhersla er á verklega vinnu, umræður og markvissa notkun stærðfræðihugtaka er tengjast rúmfræði með ýmsum hætti. Fyrir hvert aldurstig eru tíu mótuð verkefni með markmiðum og tíu hugmyndir að öðrum verkefnum. Þótt hvert verkefni sé merkt ákveðnu aldurstigi hæfir það á öðrum aldurstigum, e.t.v. með örlitlum áherslubreytingum. Sjá yfirlit yfir verkefni bls. 12

Hvert verkefni er sett upp á eftirfarandi hátt:

Aldurstig er lauslega ákveðið en nánar má sjá á yfirliti yfir verkefni á hvaða aldurstigi nýta má þau. Þótt hvert verkefni sé sett fram á þennan hátt má oft nota það á öðrum stigum.

Markmið allra verkefnanna taka mið af Aðalnámsskrá grunnskóla 1999.

Lýsing er tillaga að kennsluferli.

Til umhugsunar eru tillögur um það hvernig þróa má verkefnið áfram eða spurningar sem velja má upp í áframhaldandi vinnu.

Gögn sem nota þarf eru talin upp sérstaklega.

Skýringamyndir eru iðulega með verkefnum til að skýra nánar lýsingu þeirra og framkvæmd.

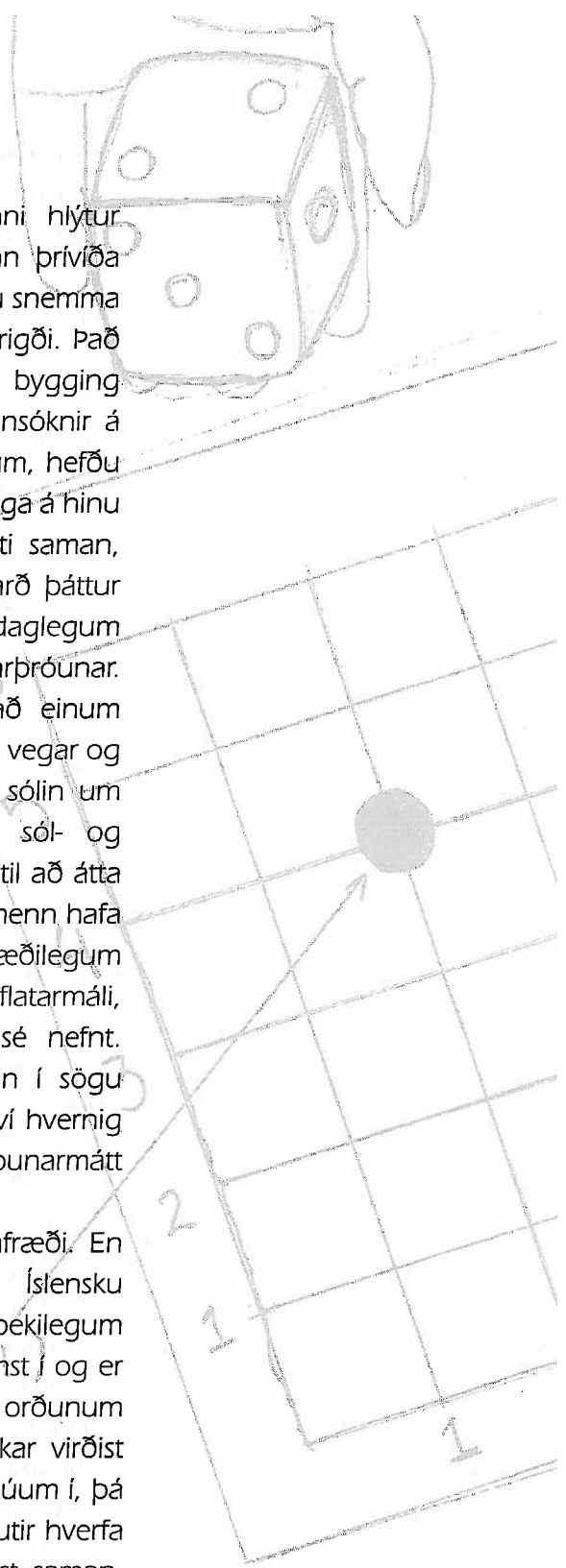
Dagur stærðfræðinnar er bara einn fyrirfram ákveðinn dagur á skólaárinu. Þó þetta rit sé gefið út í tilefni af **Degi stærðfræðinnar** og sérstaklega ætlað til notkunar þann dag er vonast til að kennarar nýti sér verkefni allan veturinn. Rúmfræði hentar vel til þemavinnu í bekk, í árgangi eða jafnvel yfir skólann og verkefni gætu nýst sem viðfangsefni í stærðfræðistofum, sem víða eru til í skólum landsins. Því er vel til fallið að taka nokkra daga í kringum **Dag stærðfræðinnar** til þemavinnu og gera rúmfræðinni góð skil á alþjóðlegu stærðfræðiári, árinu 2000.

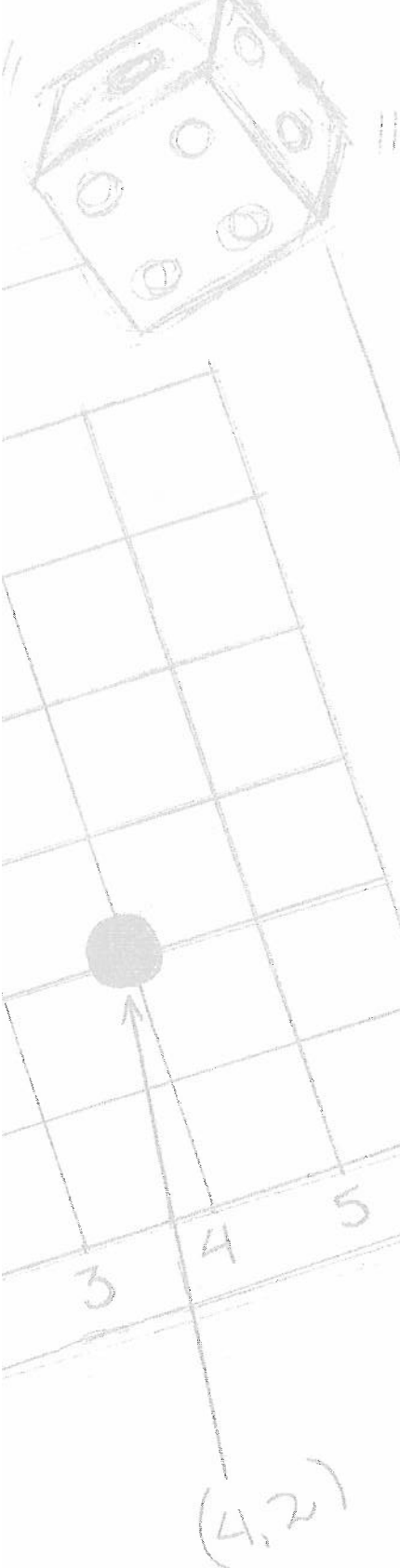
Rúmfræði í sögulegu ljósi

Þegar mannleg hugsun varð til einhvern tíma í fyrndinni hlýtur manneskjan þegar að hafa farið að brjóta heilann um hinn þrívíða veruleika sem hún skynjaði í kringum sig. Ljóst er að menn fóru snemma að búa sér til kerfi til að greina og útskýra rúmfræðileg fyrirbrigði. Það gefur auga leið að ýmis rúmfræðileg afrek manna, t.d. bygging pýramída Keops faraós í Egyptalandi um 2600 f. Kr. og rannsóknir á gangi himintungla og sambandi tíma og rúms á ýmsum tímum, hefðu aldrei orðið að veruleika nema vegna þess að menn höfðu áhuga á hinu þrívíða rúmi sem þeir lifðu og hræðust í. Menn báru hluti saman, skilgreindu þá, mældu, teiknuðu, flokkuðu o.s.frv. Þannig varð þáttur rúmfræði í hagnýtum vísindum, listum, heimspeki og daglegum samskiptum manna í milli forsenda allrar menningarþróunar. Rúmfræðileg skynjun manna varð meira að segja rótin að einum frægustu átökum allra tíma milli frumkvöðla raunvísinda annars vegar og kristinnar kirkju hins vegar um það hvort snerist um hvað, sólin um jörðina eða jörðin um sólina. Og burt séð frá öllum sól- og jarðmiðjukeningum, þá þarf ekki að fletta mörgum blöðum til að átta sig á að mikið af starfsemi samfélags manna byggist á því að menn hafa þróað með sér samræmdan skilning á ýmsum rúmfræðilegum hugtökum er tengjast eiginleikum forma, stefnu, þökn, flatarmáli, rúmtaki, lögum, staðsetningu og hreyfingu svo eitthvað sé nefnt. Mikilvægt er að nemendur kynnist þessari merkilegu þróun í sögu mannkyns, viti af helstu afrekum á sviði rúmfræði, ekki síst því hvernig manneskjan hefur öðlast vald á rúmfræðilegri hugsun og sköpunarmátt á þessu sviði.

Öll teljum við okkur vita nokkuð örugglega hvað er rúmfræði. En hvað er þetta rúm sem þar liggur til grundvallar? Í Íslensku Alfræðiorðabókinni er rúm í eðlisfræðilegum og heimspekilegum skilningi skilgreint sem „þrívíð víðáttu sem við lifum og hrærumst í og er vettvangur hreyfingar og atburða“. Tökum sérstaklega eftir orðunum „vettvangur hreyfingar og atburða“. Þótt margt í tilveru okkar virðist kyrrstætt og óbreytanlegt, t.d. fjöllin, hafið og húsin sem við búum í, þá er nú samt reyndin sú að allt tekur stöðugum breytingum. Hlutir hverfa eða verða til, þeir minnka eða vaxa, þenjast út eða dragast saman, veðrast, breyta lögun, breyta stöðu sinni, lit eða samsetningu. Sumar hreyfingar eða breytingar eru augljósar, t.d. vöxtur lífvera, hreyfing sólar frá austri til vesturs eða okkar eigin hreyfing frá einum stað til annars, aðrar greinum við ekki nema með einhvers konar rannsóknum eða mælingum, t.d. frumvöxt eða þenslu efna vegna hitabreytinga. Þannig má segja að hreyfingar í rúminu geti verið tvenns konar. Annars vegar breyting á staðsetningu hluta og hins vegar breyting á gerð hlutanna sjálfra, lögun, rúmtaki eða innri eiginleikum.

En þrátt fyrir vitneskju okkar um að allt sé á hreyfingu er hagræðing af því að skilgreina hluti og fjalla um þá eins og þeir væru kyrrstæðir og





óbreytanlegir. Þannig erum við stöðugt að mæla, meta og rannsaka fyrirbæri í hinu þrívíða umhverfi okkar eins og þau væru óbreytanleg. Við fjöllum um lögun þeirra, staðsetningu, stærð, dýpt, rúmtak og svo framvegis.

Rúmfræði gegnir einnig mikilvægu hlutverki gagnvart feegurðarskyni manneskjunnar. Þar koma við sögu ein- og tvívíð form jafnt eins og þrívíð form, t.d. í myndlist og byggingarlist og einnig þökun, mynsturgerð og flutningarúmfræði.

Stundum er sagt að stærðfræði sé á vissan hátt óháð reynslu manna; hún byggir á ákveðnum forsendum sem menn gefa sér samanber frumsendur gríska stærðfræðingsins Evklíðs sem var uppi í Alexandríu um 300 fyrir Krist. Allt fram á okkar daga hafa menn stuðst við rúmfræðikerfi Evklíðs. Það hlftti ákveðnum undirstöðureglum eða frumsendum, sem hann notaði til að leiða út niðurstöður með rökréttum ályktunum. Þannig tók Evklíð saman allmikið ritsafn um 300 árum fyrir Krist, svonefnda Frumþætti (Elements), þar sem hann setti í röð og reglu allt það sem áunnist hafði í grískri stærðfræði undangengnar þrjár aldir. Fyrst og fremst var þar um að ræða rúmfræðifrumsendur um eðli og eiginleika ein-, tví- og þrívíðra forma.

Um aldmótin 1800 fóru hugmyndir manna um rúmið að breytast. Í bók sinni Heimsmýnd á hverfanda hveli kallar Þorsteinn Vilhjálmsson þennan tíma upphaf „rúmfræðibyltingar“, þegar mönnum varð ljóst að frumsendur Evklíðs voru ekki eins augljósar og sjálfgefna og talið hafði verið. Það var Carl Friedrich Gauss (1777-1855) og reyndar nokkrir samtíðarmenn hans, sem fyrstir efuðust um sanngildi ýmissa fullyrðinga í rúmfræði Evklíðs. Nemandi Gauss, Georg Bernhard Riemann (1826-1866) þróaði sérstakt rúmfræðikerfi, nefnt deildarúmfræði Riemanns, sem náði yfir öll rúmfræðileg fyrirbrigði, hver sem sveigja þeirra var og hver sem víddin var. Hér var hafinn forleikurinn að tilkomu afstæðiskenninga Alberts Einsteins, er vörpuðu nýju ljósi á rúmið og tímann.

Líkt og mörg önnur mikilvæg hugtök í umhverfi nútímafólks, þá er afar erfitt að skilgreina form og lögun hluta í rúminu, ekki síst vegna þess að við erum sífellt að uppgötva ný og ný form og eiginleika þeirra. Svo er ekki að sjá að Evklíð hafi gert ráð fyrir þessum óregluleika. Hann skrifaði ekki einu sinni um eiginleika rúmsins á landakortum, netkerfum eða sveigjanlegum formum. Horfum til dæmis á alla fjölbreytnina í rúmfræðilegum formum á hjólkoppum bifreiða.

Sá miðill sem dregur að sér einna mesta athygli manneskjunnar við lok 20. aldar, tölvan, státar einnig af óþrjótandi möguleikum í þessa veru. Sýndarveruleiki tölvutækninnar gerir okkur kleift að skoða og skapa form sem engan óraði fyrir að væru til. Meira að segja eru veðurkort sjónvarpsstöðvanna orðin óevklíðsk, þar sem þau er sýnd sveigð ásamt meðfylgjandi veðurkerfum. Þótt flest ungmenni nútímans kynnist skilgreiningum rúmsins gegnum evklíðska rúmfræði í grunn- og

framhaldsskólastærðfræði er ljóst að þau eru samtímis að kynnast, með fremur óformlegum hætti, annars konar rúmfræði gegnum tölvutækni sem birtist undir merkjum svokallaðs sýndarveruleika.

Rúmfræði og myndun þekkingar

Heimspekingurinn John Dewey sagði að undirstaða þekkingar yrði alltaf að vera eigin reynsla nemandans, lögmálið væri „learning by doing“ - að læra með því að framkvæma. Hugmyndir Deweys voru kenndar við svokallaða framsækna skólastefnu er sækir stuðning sinn til þróunarsálarfræði. Samkvæmt henni er gert ráð fyrir að nám eigi sér stað með gagnvirkum samskiptum barnsins við umhverfi sitt og kjöraðstæður vitsmunabroska séu þegar barnið er virkt við rannsókn, rökhugsun og leit að úrlausnum vandamála sem skapast við áreiti frá umhverfinu. Allar manneskjur byggja með þessum hætti upp og skipuleggi eigin þekkingu og skilning í samspili við áhrifaþætti í umhverfinu. Notkun orðsins smíði virðist henta mjög vel í þessu samhengi og má segja að svökölluð hugsmíðikenning (e. constructivism) sé sú hugmynda- eða þekkingarfræði sem langmesta athygli hefur fengið á síðustu árum á sviði náms og kennslu. Megineinkenni hugsmíðikenningar eru eftirfarandi:

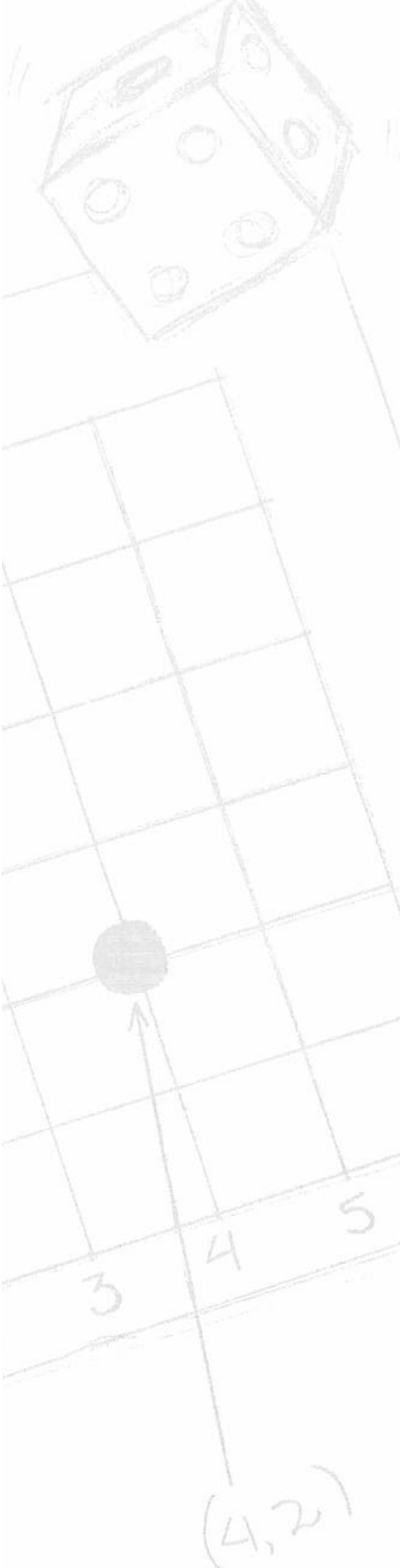
Þekking byggist ævinlega upp hjá barninu sjálfu, henni verður aldrei varpað beint til barnsins eins og vitsmunabú þess sé óskrifað blað eða tómt ílát.

Fyrri þekking eða forhugmyndir barnsins ráða miklu um afdrif og úrvinnslu nýrrar þekkingar og þar með framvindu námsins. Vænlegasta leiðin til að ryðja nýrri þekkingu braut er gagnvirk samband barnsins við umhverfi sitt og aðra einstaklinga.

Lítum á þessi einkenni í ljósi rúmfræðiþekkingar. Nám fer ekki fram með þeim hætti að varpað sé til barnsins allri þekkingu um hinn óendanlega flókna veruleika rúmsins með fyrirlestri eða bóklestri einum saman. Börnin kynnast þessum veruleika best af eigin raun. Hlutverk kennarans er því að skapa námsumhverfi sem stuðlar að því að nám eigi sér stað.

Börnin þurfa að fá tækifæri til að koma auga á lögun og form hluta og fyrirbrigða í umhverfinu, hvort sem þau eru náttúruleg eða gerð af manna höndum. Mikilvægt er að þau geri sér grein fyrir því að lifandi og dauðir hlutir hafa ákveðna lögun og uppbyggingu. Þegar fólk hagnar byggingar og framleiðir tæknibúnað sækir það oft hugmyndir um lögun og form í náttúruna. Þegar börn búa til og setja saman líkön eru þau að líkja eftir þessu.

Með formskoðun fá börn tækifæri til að rannsaka rúmfræðileg fyrirbrigði í umhverfinu, kynnast formum í tvívídd og þrívídd og einkennum þeirra á margvíslegan hátt. Þau fá þannig tækifæri til að átta sig á flutningunum speglun, hliðrun og snúningi. Fjölmörg dæmi um



Þessa flutninga má finna í umhverfinu, hvort sem um er að ræða náttúrulegar birtingarmyndir eða mynstur gerð af manna höndum. Mikilvægt er að gefa börnum tækifæri til að koma auga á þessa flutninga, átta sig á því hvernig þeir verða til og hvaða gildi þeir hafa. Börn fást við flokkun, tengsl, sameiningu, skiptingu, þökun og röðun. Flokka má form á marga vegu. Mikilvægt getur verið að skapa umræður um flokkunina hvetja börnin til þess að nota rúmfræðileg hugtök og átta sig á einkennum hvers forms. Þannig koma ótal hugtök beint eða óbeint inn í umræðuna. Síðast en ekki síst læra þau að meta mynstur og form sem fólk hefur notað til að skreyta umhverfi sitt með.

Rannsóknir í rúmfræði efla færni nemenda til að leysa þrautir. Þar þurfa þeir að lýsa rúmfræðilegum fyrirbærum, útskýra og rökstyðja lausnarleiðir sínar og tilgátur. Rúmfræði er mikilvægur þáttur í að rannsaka og lýsa öðrum sviðum stærðfræðinnar. Sem dæmi má nefna almenn brot sem setja má fram á rúmfræðilegan hátt sem hluta af heild.

Á síðustu árum hafa ýmsir kennslufræðingar, námskrárhöfundar og aðrir brautryðjendur á sviði skólamála beitt sér fyrir eflingu rúmfræðináms og reynt að benda á mikilvægi stærðfræðilegra viðfangsefna sem vart er hægt að kenna við hefðbundnar aðstæður þar sem nemendur vinna í vinnubók og kennari útskýrir með hjálp kúrtartöflu. Til dæmis hafa skólamenn við Freudenthalstofnunina í Hollandi haft eftirfarandi hugmyndir að leiðarljósi:

Auk rannsókna á tölum og reikningi, fjallar stærðfræði einnig um rannsóknir á rúminu.

Rúmfræðikennslu verður að byggja á og tengja raunverulegum fyrirbærum í rúminu umhverfis okkur.

Rúmfræði á jafnmikið erindi til nemenda á aldrinum 4 til 12 ára eins og eldri nemenda.

Kennsluáferðir á sviði rúmfræði verða að byggja á innsæi.

Hjá Freudenthal stofnuninni er talað um rúmfræði er byggist á raunverulegum fyrirbrigðum (e. realistic geometry). Hugtök og vinnubrögð sem koma við sögu eru beinar línur, t.d. ljósgeislar, punktar þar sem hlutir eru staðsettir, áttir, horn, fjarlægðir, samsíða, línur sem skerast, plön sem skerast, staðsetningar í rúminu, rökfærslur sem fela í sér útskýringar á rúmfræðilegum fyrirbærum (ef...þá) og það að hanna og teikna. Allt ber að sama brunnni, það er að manneskjan (barnið) þjálfist í að skilgreina og hagnýta sér þau óendanlega flóknu fyrirbæri sem mæta henni í rúminu umhverfis hana.

Margir þættir felast í rúmfræði, þar á meðal formskoðun, flutningar, mælingar, stefna og staðsetning. Rúmfræði er margslungin og kemur víða við, hún er hlutbundin og sýnileg um leið og hún getur verið ósýnileg og óáþreifanleg. Rúmfræðin býður því upp á óþrjótandi möguleika.

Yfirlit yfir verkefni

Yngsta sig	Miðstig	Unglingastig
<u>Verkefni:</u>	<u>Verkefni:</u>	<u>Verkefni:</u>
Komum okkur í form	← Flottar myndir →	← Prívíddarteikningar
Flísamynstur	← Kort og kortalitur →	Spegilmyndir
Pappírsbrot	← Rör eru til margs nýt →	← Tölvulist
← Spegill spegill herm þú mér →	← Litlir kassar og dinga linga ling →	← Kvíksjá
Ævintýri á gönguför ungra	Príhyrningatíraunir →	← Fimmínur
listamanna →	Hvernig er einn fermetri í laginu?	← Mynstur og form með hringfara
← Fjárjóðsleit →	Rannsóknir með tveimur speglum →	← Beinagrindarturninn
← Hvernig verður teningur til? →	← Skoðið heiminn í gegnum	Sierpinski pýramíðinn
Tangram →	pappírsrör	Gullinsnið
← Hornaleikur →	Pekja ferhyrningar flöt? →	Sporbaugur
← Vangaveltur í hnitakerfi →	Völundarhús →	
<u>Hugmyndir að verkefnum:</u>	<u>Hugmyndir að verkefnum:</u>	<u>Hugmyndir að verkefnum:</u>
Ó borg, mín borg	← Gangstéttir og hellulagnir →	← Listaverkið mitt
← Landaparís →	Ferlar →	← Prívíð form
← Lýsing forma →	← Listaverk og form →	← Ferhyrningar og aðrir hyrningar
Stjórnur í fimm- og sexhyrningum	← Hvar lendir eggíð? →	← Með einu klippi
← Gatamyndir →	Hvernig má smækka/stækka	← Dagblaðaturninn
← Ferlar →	príhyrning? →	← Paradísargarðurinn
← Ferningamynstur →	Eldspýtnaprautir →	← Eldspýtnaprautir
← Skref á pinnabretti	← Þökun →	← Einkenni sívalninga
Hattasýning	← Keilur →	Teikning gegnum rúðunet
← Eldspýtnaprautir →	← Er hægt að búa til ferning,	← Hornasummur reglulegra
	sexhyrning og átthyrning úr	marghyrninga - þökun
	hring? →	
	← Sápukúlur →	

Verkefnið er hægt að nota á öllum stigum. ⇔

Verkefnið er hægt að nota á næsta stigi fyrir ofan/neðan. ⇔

Komum okkur í form

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

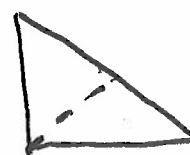
- þjálfist í að helminga form
- geri sér grein fyrir að helmingur fernings getur verið þríhyrningur
- kynnist einkennum og röðunarmöguleikum forma

Lýsing:

Nemendur vinna 3 - 4 saman. Hver nemandi fær eitt litað blað A4. Þess er gætt að enginn í hópnunum fái sama lit. Nemendur brjóta í horn stutta hlið að langhlið og klippa út ferning. Afklippan er rétthyrningur sem geymdur er til síðari nota.

Ferningurinn er brotinn horn í horn og klippt er eftir broti. Annar helmingur er geymdur en hinn brotinn horn í horn. Þetta er endurtekið svo lengi sem stærð þríhyrnings leyfir að hægt sé að helminga hann. Nú geta nemendur skipt á jafnstórum þríhyrningum til að fá fleiri liti til myndsköpunar. Athugið vel að ekki má skiptast á misstórum þríhyrningum. Nemendur fá hvítan pappír t.d. A4 eða örlítið stærri pappír og búa til mynd með því að raða og líma þríhyrningana á hvíta blaðið eftir eigin hugmyndum.

Nú er komið að því að vinna með rétthyrninginn sem var afgangur. Hann er brotinn í tvennt (nemendur ráða hvort þeir brjóta saman langar eða stuttar hliðar). Annar helmingur er geymdur en hinn brotinn í tvennt svo lengi sem stærð hans leyfir að hægt sé að helminga hann. Nú fá nemendur einnig hvítan pappír og mega skiptast á jafnstórum rétthyrningum. Síðan líma þeir rétthyrningana á hvítan pappír eftir eigin hugmyndum.



Til umhugsunar:

Verkefnið má líka vinna þannig að meira frelsi sé gefið þegar að skipst er á pappírsbútum. Nemendur geta þá blandað saman formum í mynd sinni og skipst á misstórum formum. Heppilegt er að leyfa nemendum að fara í forritið **Töfraflísar** sem gefið er út af Námsgagnastofnum í framhaldi af þessari vinnu.



Efni: Mislitur pappír A4, hvítur pappír A4 eða örlítið stærri, lím og skæri.

Flísamynstur

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- kynnist hugtakinu ferningi
- kynnist hugtakinu þökun
- átti sig á að mynstur felur í sér endurtekningu forma

Lýsing:

Nemendur vinna 2 - 4 saman. Þeir fá ferninga sem eru í tveim stærðum og hefur hvor stærð sinn lit. Stærðir ferninganna geta t.d. verið 3 • 3 cm og 12 • 12 cm.

Nemendur fá mynd af flísagólfi og eiga að leggja eins flísamynstur.

Því næst prófa nemendur að búa til önnur mynstur með ferningunum.

Þeir geta síðan teiknað mynstur síns hóps á punktablað.

Hver hópur kynnir sitt mynstur fyrir bekknum.

Að lokum er skemmtilegt að fara í vettvangsferð, skoða stéttir í nágrenni skólans og uppbyggingu þeirra. Nemendur geta valið sína stétt, teiknað hana og kynnt hinum nemendum uppbyggingu hennar.

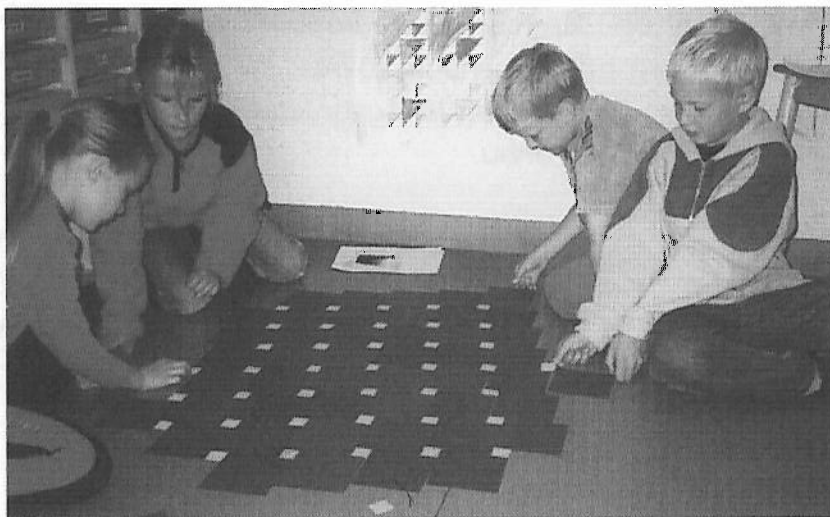
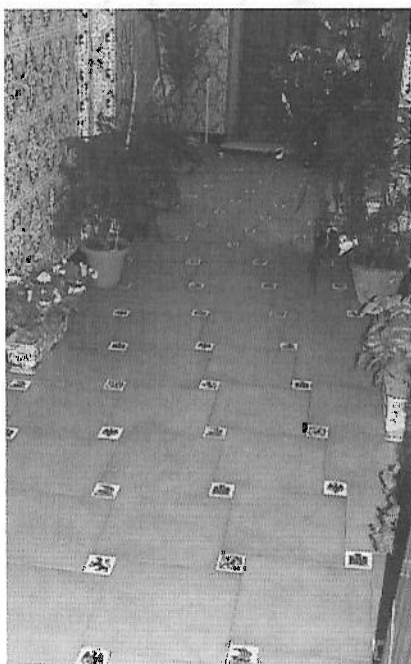
Til umhugsunar:

Hægt er að nota rétthyrninga eins og t.d. 6 • 12 cm auk 3 • 3 cm og búa til mynstur. Afrakstur þessara verkefna getur orðið mjög skemmtilegur og vel við hæfi að hvetja nemendur til að vanda frágang á mynstrum sínum. Þá er upplagt að festa mynsturmyndirnar á veggina og jafnvel að halda sýningu á verkunum.

Nemendur skoði hellulagnir í Thorvaldsenssafninu.

Vefslóð: <http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/flise.htm>

Efni: Ferningar í tveim litum og tveim stærðum. Punktablað.



Pappírsbrot

Aldur: Yngsta stig.

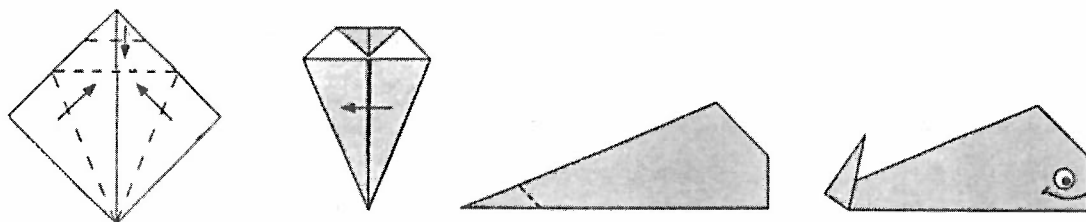
Markmið að nemendur:

- kynnist stærðfræðihugtökunum miðja, helmingur, ferhyrningur, ferningur, þríhyrningur, sexhyrningur
- sjái að stærðfræðiformin er víða að finna

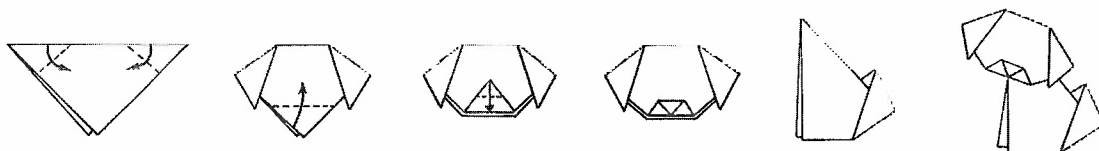
Lýsing:

Blað er brotið eftir lýsingum hér að neðan. Kennari notar stærðfræðihugtök markvisst til að lýsa hvernig skal brjóta og vekja athygli barnanna á hvaða formbreytingar verða við hvert brot og nota við það stærðfræðihugtök. Að lokum lita nemendur andlit á dýrið.

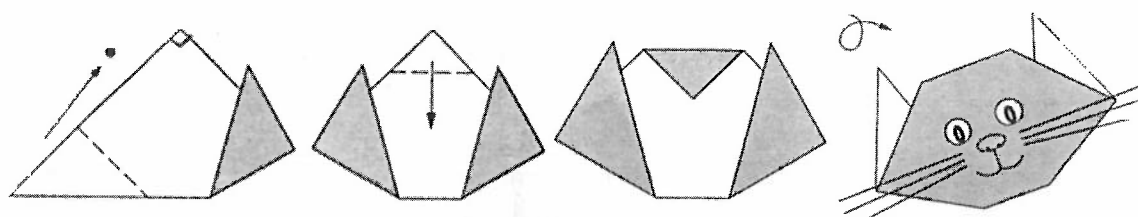
Hvalur:



Hundur:



Köttur:



Til umhugsunar:

Nemendur teikna og lita hafsbotn og sjó á blað. Síðan líma þeir hvalina á blaðið.

Ef grunnblaðið er nógu stórt er hægt að útbúa grímur með hunds- og kattarbrotnu. Þá þarf að klippa úr blaðinu fyrir augum og festa teygjutvinna á hliðarnar.

Efni: Blöð, skæri og litir.

Spegill, spegill herm þú mér

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir lögun hluta og eiginleikum
- vinni með samhverfur og speglunarása
- átti sig á að speglunarásar geti verið einn eða fleiri
- þjálfist í að nota rétt stærðfræðihugtök í eigin lýsingu

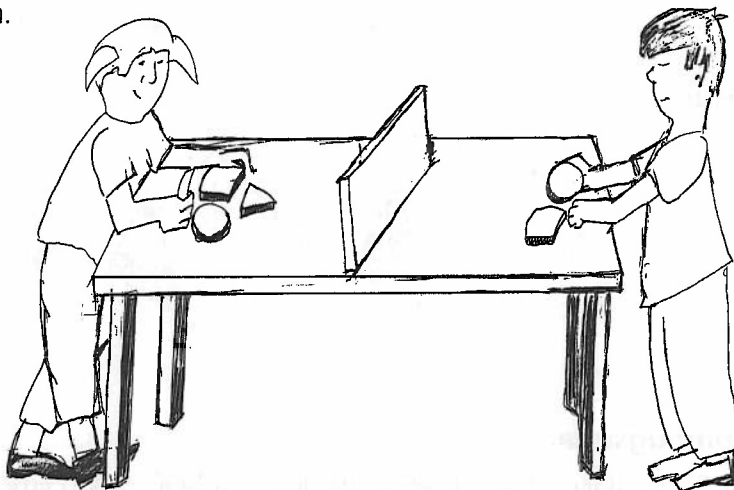
Lýsing:

Hér á eftir eru hugmyndir að leikjum sem nýtast nemendum til að skilja betur og vinna með speglunarása, spegilmyndir og samhverfur.

1. verkefni: **Leikur með rökkubba.**

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir setja skólatösku eða spjald á borðið á milli sín þannig að þeir sjái ekki á borðið hvor hjá öðrum. Þeir hafa sinn hvorn rökkubbakassann.

Annar byrjar á að taka kubb, lýsa honum og leggja hann á borðið hjá sér, þannig að hinn sjái ekki, hinn tekur þann kubb sem hann telur passa við lýsinguna og leggur á borðið hjá sér. Síðan tekur sá fyrsti annan kubb, lýsir honum og segir hvar hann leggur hann á borðið miðað við stöðu fyrsta kubbsins. Hinn gerir eins eftir lýsingu hans. Þannig gengur leikurinn áfram þangað til sá sem leggur fyrsta kubbinn er búinn að leggja ákveðinn fjölda kubba, t.d. 10 kubba á borðið hjá sér. Þá má taka töskuna og bera saman myndirnar sem kubbarinn mynda. Þær eiga að vera alveg eins eða spegilmyndir eftir því hvað nemendur ákveða í upphafi leiksins. Ef þær eru spegilmyndir er taskan speglunarásinn.



2. verkefni: **Pinnabrettaleikur.**

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir setja skólatösku eða spjald á borðið á milli sín þannig að þeir sjái ekki á borðið hvor hjá öðrum. Þeir eru með sitt hvort pinnabrettið, annar býr til mynd úr tveim teygjum t.d. af þríhyrningi og rétthyrningi, hinn er með autt pinnabretti og tvær teygjur. Nemandinn sem býr til myndirnar á að lýsa þeim og staðsetningu þeirra á brettinu fyrir hinum þannig að hann geti búið til eins mynd eða spegilmynd á sitt bretti. Nemendur nota stærðfræðihugtök við lýsinguna og bera saman myndir sínar í lokin. Speglast þær?

3. verkefni: **Andlitsspeglun.**

Nemandi brýtur miðlínu á blaði og stríkar í hana. Síðan teiknar hann hálf andlit á blaðið. Að lokum nær hann í spegil sem hann setur á miðlínuna og skoðar úkomuna.

4. verkefni: **Leyniletur.**

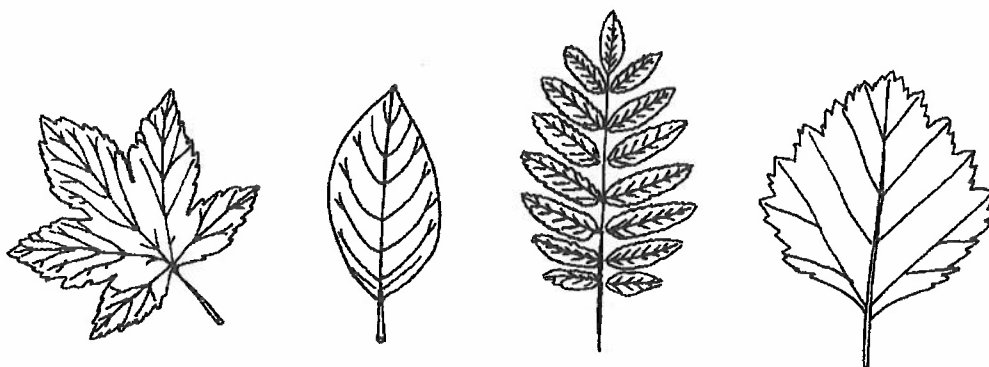
Nemandi skrifar niður t.d. nafn sitt eða stuttan texta. Síðan fær hann spegil, stillir honum aftan við textann og skrifar spegilskriftina á blað. Annar nemandi giskar á hvað hefur verið skrifað.

5. verkefni: **Spegilmynd.**

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Þeir fá blað t.d. A3 og skipta því með miðlínu sem er speglunará. Annar nemandinn teiknar mynd. Hinn situr á móti honum og teiknar spegilmynd.

6. verkefni: **Speglunarleikur.**

Nemendur vinna saman tveir og tveir. Annar gerir eitthvað t.d. greiðir hár sitt. Hinn er spegilmynd hans og framkvæmir sömu aðgerð.

7. verkefni: **Laufblöð og speglunarásar.**

Nemendur koma með laufblöð og skoða speglunarása þeirra. Þeir geta einnig borið málningu á laufblöðin og þrykkt þeim á pappír og skoðað mynstur þeirra.

Það er líka hægt að láta þunnan pappír yfir laufblöðin og lita yfir með vaxlitum. Þá kemur mynstrið vel í ljós.

8. verkefni: **Speglun í náttúrunni.**

Nemendur fara með spegla í vettvangsferð um nágrenni skólans, skoða plöntur og smádýr t.d. flugur og grös og reyna að finna speglunarása.

Til umhugsunar:

Í framhaldi af þessari vinnu er heppilegt að leyfa nemendum að fara í Töfraspjela, sem er þáttur í forritinu Töfraflísar sem gefið er út af Námsgagnastofnum.

Efni: Speglar, rökkubbar, pinnabretti og pappír.

Ævintýri á gönguför ungra listamanna

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- skoði og skilgreini ákveðin form í umhverfi sínu
- beri saman form í umhverfinu og velti fyrir sér eðli þeirra
- mæli lengd/breidd hluta í umhverfi sínu með óstöðluðum einingum og beri saman niðurstöður sínar og annarra

Lýsing:

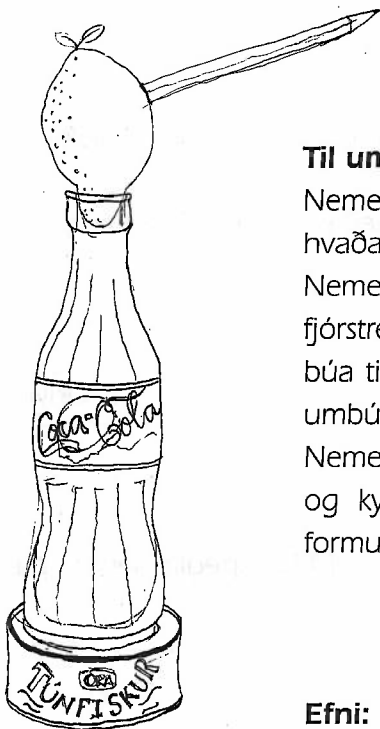
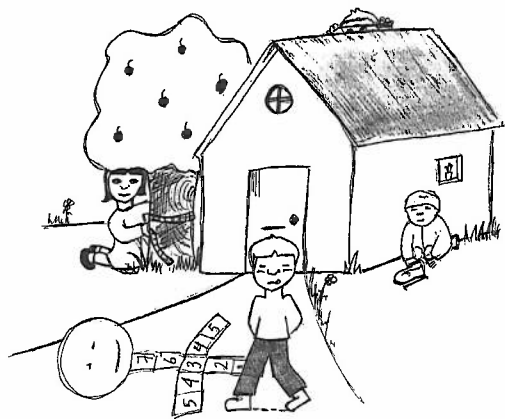
Fjallað er um hugtökin þríhyrning, ferning, rétthyrning og hring. Skilgreiningar formanna þurfa að vera skýrar í huga nemenda áður en verkefnið hefst, þannig að þeir geti lýst hverju fyrirbæri fyrir sig og sagt hver munurinn er.

Nemendur fara í gönguferð um nánasta umhverfi skólans, leita að formunum og skrá þau niður. Þeir skrá af hvaða gerð hvert form er, hvar það birtist (t.d. vegaskilti), hvaða hlutverki það gegnir og úr hvaða efni það er.

Mál er tekið af nokkrum völdum formum með einhverri óstaðlaðri einingu, t.d. fæti, hönd, strokleðri,

blýanti og niðurstöður skráðar. Nemendur velja sér hlut til að fara með í kennslustofuna og kynna fyrir hinum. Formin eru teiknuð, helst í réttum hlutföllum ef hægt er.

Nemendur skrifa stutta frásögn um þessa rannsókn sína. Ritunin hefur þann tilgang að hjálpa nemendum að átta sig á eiginleikum formanna og tileinka sér notkun stærðfræðihugtaka.



Til umhugsunar:

Nemendur geta einnig komið með hluti að heiman og skráð niður hvaða form þeir fundu þar.

Nemendur safna umbúðum sem hafa ofangreind form, t.d. þrí- eða fjórstrendingslaga og koma með í skólann. Þeir vinna saman 2 - 3 og búa til listaverk úr umbúðunum, með því að líma saman mismunandi umbúðir og mála verkið með þekjulitum eða sprejja með lakkbrúsa.

Nemendur halda sýningu á listaverkunum fyrir aðra nemendur skólans og kynna uppbyggingu þeirra. Þeir þurfa þar að gera grein fyrir formunum og nota þá rúmfræðileg hugtök í frásögn sinni.

Efni: Smáhlutasafn, umbúðir, pappír, lím, þekjulitir, lakkbrúsar.

Fjár sjóðsleit

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- átti sig á einkennum stærðfræðiforma
- átti sig á rúmfræðiformum í umhverfi sínu
- noti ýmis orð og hugtök til að lýsa stefnu

Lýsing:

Nemendur vinna í 2 — 4 manna hópum. Þeir fá í hendur fjár sjóðskort sem kennari hefur útbúið. Fjár sjóðskortið er lýsing á því hvernig á að nálgast fjár sjóðinn sem kennarinn hefur falið á ákveðnum stað. Í lýsingunni er reynt að notast sem mest við stærðfræðihugtök í orðum en einnig má nota teikningar að einhverju leyti. Gott er að nota skrefafjölda á milli staða, beygjur til vinstri og hægri og síðan að nota hugtökin hringur, þríhyrningur, ferhyrningur, ferningur, fimm-, sex- og sjöhyrningur, pýramídi, tígull, o.s.frv. Þegar verið er að lýsa kennileitum, allt eftir því sem við á.



Til umhugsunar:

Þegar nemendur hafa unnið eftir fjár sjóðskorti kennarans er hægt að láta þá búa til fjár sjóðskort sem þeir skiptast á að fara eftir hver hjá öðrum. Þá er nauðsynlegt að kennari setji skilyrði um að einhver ákveðin hugtök eigi að koma fyrir á kortinu. Kennari getur útbúið lista yfir rúmfræðihugtök sem nemendur þekkja. Síðan eiga þeir að velja einhvern lágmarksfjölda af listanum til að nota á fjár sjóðskortinu sínu.

Eldri nemendur skólans geta fengið það verkefni að útbúa fjár sjóðskort sem yngri nemendur fá síðan í hendur og leita að falda fjár sjóðnum.

Rattleikur er eitt afbrigði af slíkum leik. Þá fara nemendur á milli stöðva. Á hverri stöð eru verkefni og/eða vísbendingar um hvert skal halda næst.

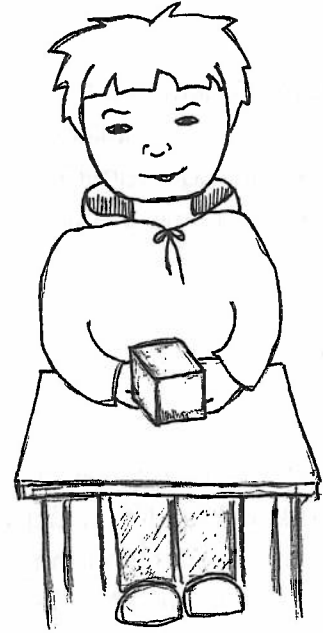
Efni: „Fjár sjóður“. Tilbúið fjár sjóðskort.

Hvernig verður teningur til?

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir lögun tenings
- geri sér grein fyrir möguleikum á að festa hann saman
- geri sér grein fyrir að teningur er gerður úr ferningum

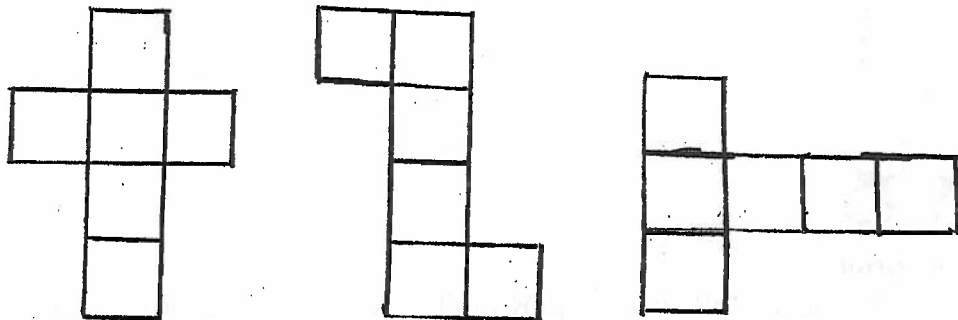


Lýsing:

Nemendur skoða tening og athuga hvað hann hefur margar hliðar. Þeir finna nokkra hluti sem eru teningslaga og skrá í bók. Þeir búa til tening úr leir og athuga hvort hægt sé að rúlla honum. Þeir reyna að búa til veggj eða byggingar úr teningum, kubbum.

Nemendur skoða tening, teikna stækkaðar hliðar hans á karton og skreyta.

Þeir klippa þær út, líma þær saman með límbandi eða málningarlímbandi og búa til tening. Gaman er að taka teninginn í sundur aftur, fletja hann út, skoða eða teikna á blað hvernig hann var festur saman og finna mismunandi leiðir við að festa hann saman.



Til umhugsunar:

Nemendur athuga hvort allir fletir tenings verði að vera jafnstórir.

Nemendur skoða myndir af kubbabyggingum þar sem hver kubbur er teningur. Þeir áætla hve marga kubba þarf í bygginguna. Þeir geta farið í leik, þar sem einn byggir úr kubbum en hinn áætla fjölda kubbanna í byggingunni.

Nemendur búa til misstóra teninga og athuga hvort hægt er að byggja veggj úr þeim.

Efni: Leir, karton, límband eða málningarlímband, skæri, reglustikur, kubbar, teningar.

Tangram

Spilið er ekki bundið við aldur.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir eiginleikum forma og þökun með þeim
- þjálfist í rökhugsun

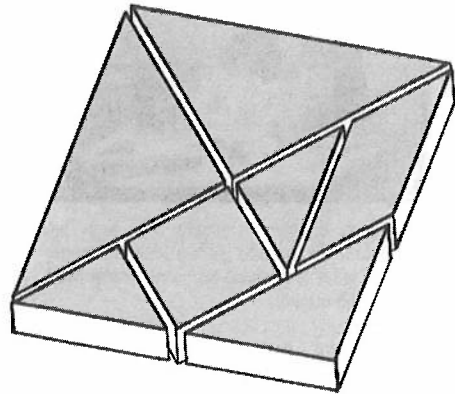
Lýsing:

Tangram er gömul gestaþraut sem er upprunnin í Kína. Sumir segja Tangram vera um 2500 ára gamla þraut. Tangrambútar eru 7, fimm þríhyrningar, ferningur og samsíðungur. Þeim er hægt að raða í ferhyrning, þríhyrning, trapisu, samsíðung og réttthyrring. Nemendur geta reynt að búa til þessi form.

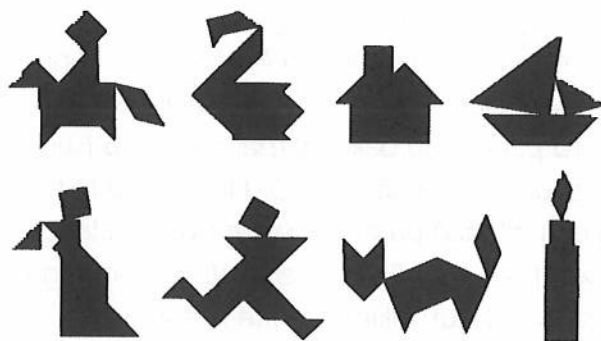
Einnig er hægt að búa til úr búتونum ýmiss konar myndir.

Til að búa til Tangrambúta eru fyrst teiknaðir 16 jafnstórir ferningar. Þeim er skipt eins og myndin sýnir.

Því næst eru þeir klipptir út.



Nemendur geta reynt að búa til úr búتونum eftirfarandi skuggamyndir.



Til umhugsunar:

Hægt er að fara í Tangram í tölvu. Námsgagnastofnun hefur gefið úr forritið Bútarnir. Það hefur að geyma margvísleg þökunarverkefni.

Á vefslóð: <http://enc.hantedmind.com/newjava.htm> er að finna Tangram auk ýmissa annarra rúmfræðiþrauta.

Efni: Blöð, reglustikur og skæri.

Hornaleikur

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir mismunandi hornastærð
- átti sig á hugtökunum gleitt, rétt og hvasst horn
- þjálfist í að nota þessi hugtök



Lýsing:

Nemendur skoða klukkuvísa og athuga hvenær klukkan sýnir rétt horn.

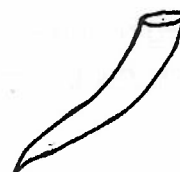
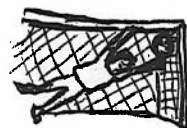
Nemendur athuga jafnframt hvenær klukkuvísar sýna gleitt og hvasst horn. Nemendur búa til rétt horn. Þeir fá afriðið blað og brjóta það í helming. Þeir brjóta það aftur í helming. Þá sjá nemendur brotalínur sem eru hornréttar. Ef þeir teikna lárétta og lóðrétta línu í brotalínurnar hafa þeir teiknað rétt horn, þeir kanna hvasst og gleitt horn út frá rétta horninu með rimum og teikna þau að lokum á blað.

Nemendur rannsaka hornastærðir í kennslustofunni og nánasta umhverfi. Þeir fara með blaðið eða rimar í vettvangsferð eða um stofuna og skrá niður hvar þeir finna hvasst, gleitt eða rétt horn. Nemendur búa til þrjá dálka í bók eða á blað og skrá niðurstöður. Hægt er að fara yfir niðurstöðurnar og gera súlurit.

Til umhugsunar:

Leikur til að þjálfna nemendur í hugtökunum hvasst, gleitt og rétt horn. Nemendur fá 18 lítil blöð (svipuð spilum að stærð) og skreyta bakhliðarnar ákveðnu mynstri þannig að hún sé eins á öllum blöðunum sbr. venjuleg spil. Síðan teikna þeir á framhlið spilanna 6 gleið horn, 6 rétt og 6 hvöss horn. Þeir raða spilunum á borð þannig að bakhliðarnar snúi upp (sbr. veiðimaður). Nú er spilað þannig að sá sem byrjar á að snúa þremur spilum við. Hann á að fá þrjú horn af sömu gerð t.d. þrjú hvöss horn. Ef spilin eru ekki öll með þrem hvössum hornum leggur hann þau aftur niður á hvolf og reynir að muna hvar þau eru. Ef þau eru öll af sömu gerð fær hann slag. Hinn leikmaðurinn fær næst að gera. Sá vinnur leikinn sem fær flesta slagi.

Hægt er að skoða horn nánar í logo á vefslóð: <http://www.logo.com/index.html>



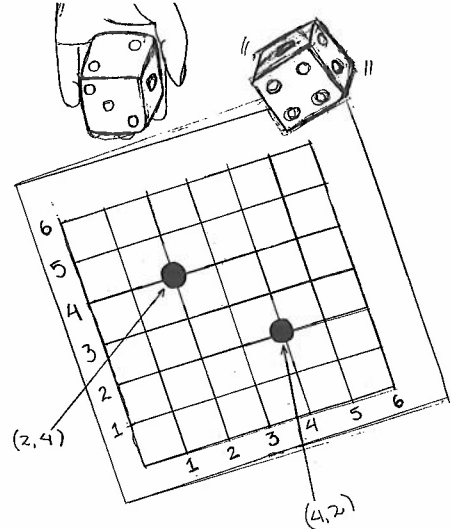
Efni: Klukkur, rimar, pappírslöð eða spilaspjöld, afriðinn pappír, reglustikur og litir.

Vangaveltur í hnitakerfi

Aldur: Yngsta stig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir uppbyggingu hnitakerfisins
- þjálfist í að lesa tölur í hnitakerfinu
- þjálfist í rökhugsun

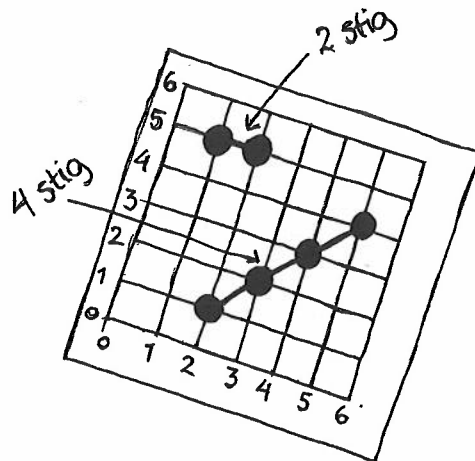


Lýsing:

Leikurinn er fyrir tvo þátttakendur.

Nemendur teikna lárétta og lóðrétta ása á blað. Þeir merkja skurðpunkt ásanna 0 og merkja á tveggja cm millibili tölurnar 1 - 6 á báða ásana. Þeir nota spilapeninga í tveimur litum, sex peninga af hvorum lit og tvo teninga. Leikmenn geyma spilapeninga sína í skurðpunkti (0,0). Annar leikmaðurinn kastar teningunum og fær t.d. 4 og 2. Nú getur hann ráðið því hvort hann færir spilapening sinn í punktinn (2,4) eða (4,2). Hinn leikmaðurinn bíður á meðan. Þegar leikmaður flytur spilapening á stakt hnit fær hann 1 stig. Næst kastar seinni leikmaðurinn upp teningunum og færir spilapening sinn. Ef nemandi tekst að mynda strik milli tveggja punkta án þess að stakur punktur sé á milli fær hann tvö stig, ef honum tekst að mynda strik milli þriggja punkta þrjú stig o. s. frv. (sjá skýringamynd).

Þegar báðir nemendur hafa kastað 6 sinnum telja þeir stiginn. Sá vinnur leikinn sem hefur fengið fleiri stig.



Til umhugsunar:

Annar svipaður leikur er að einn nemandi skrifar niður hnit punkts og setur í umslag. Annar nemandi reynir að giska á hvar punkturinn á að vera. Nemandi hefur t.d. skrifað niður punktinn (2,2). Hinn giskar t.d. á punktinn (4,3). Nú á fyrri nemandinn að gefa þeim síðari vísbendingar. Hann getur sagt honum t.d. fjarlægð hnita upphaflega punktsins frá ágiskunarpunktinum. Nemendur mega aðeins færa sig lárétt eða lóðrétt. Þeir telja hve margar vísbendingar þarf að gefa til að finna upphaflega punktinn. Því næst skipta þeir um hlutverk. Sá vinnur sem getur fundið upphafspunktinn með færri vísbendingum.

Efni: Þykkur pappír, mislitir spilapeningar, teningar, reglustikur.

Hugmyndir að verkefnum

Ó borg, mín borg

Nemendur fara í vettvangsferð og skoða form í húsum. Þeir hafa með sér formblöð sem þeir hafa útbúið, þar sem þeir merkja á blöðin formin sem þeir sjá í húsum.

Nemendur vinna með rökkubba á ýmsa vegu, þ.m.t. heiti frumformanna hrings, rétthyrnings og þríhyrnings og hvaða form er hægt að finna í húsum. Nemendur búa til klippimynd úr grunnformum og grunnlitum. Þeir búa til borg að nóttu á svartan pappír og mega aðeins nota frumformin. Nemendur syngja lög sem eru tengd formum og húsum t.d. „Litlir kassar“, „Bærinn er fullur af húsum“ og „Ó borg mín borg“. Þeir sýna frumformin og nota þá líkama sinn.

Nemendur vinna saman í hópum 3 - 4 að gerð blokka. Hver hópur fær A3 blað og litla rétthyrninga sem nemendur raða og líma á blöðin. Þeir raða saman blöðum allra hópanna og mynda stóra blokk. Í lokin er búið til pak á blokkina.

Landaparís

Á vinnuspjöldum í stærðfræði sem Námsgagnastofnun gaf út árið 1981 er að finna á spjaldi 205 leik sem heitir **Landaparís**. Nemendur eru 2 - 4 saman. Nemandur nota punktablað eða pinnabretti og hver hefur sinn lit eða teygju. Þeir skiptast á að draga strik sem tengir tvo punkta lárétt eða lóðrétt (ekki á ská). Markmið leiksins er að búa til ferninga. Sá sem lokar ferningi setur sitt merki inn í hann. Sá vinnur sem hefur gert flesta ferninga. Einnig er hægt að breyta reglunni þannig að sá vinni sem fær fæsta ferninga. Þá er markmiðið að komast hjá því að loka ferningunum.

Lýsing forma

Nemandi teiknar tvívíða mynd eða form, t.d. hring af ákveðinni stærð á ákveðnum stað í hnitakerfi. Annar nemandi fær myndina og á að ímynda sér að hann sé að ræða við þann þriðja í síma. Hann þarf að lýsa þessari mynd fyrir hlustandanum og á hann að teikna.

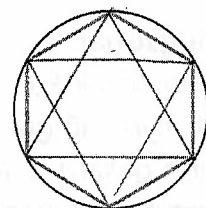
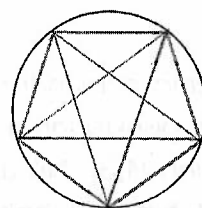
Svipað er hægt að gera með þrívíða form eða hluti. T.d. einn velur hlut, annar lýsir honum og sá þriðji á að geta sagt hvað þetta er.

Stjörnur í fimm- og sexhyrningum

Nemendur fá jafnhliða fimmhyrning. Þeir draga hornalínur og fá þá stjörnu. Þeir lita hana og klippa.

Nemendur fá jafnhliða sexhyrning. Þeir tengja saman annað hvert horn og fá þá stjörnu. Þeir lita hana og klippa. Nemendur bera saman stjörnurnar.

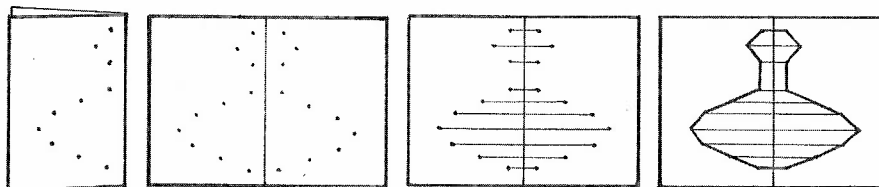
Nemendur geta búið til þessar stjörnur úr kartoni eða leir sem barmmekri, hálsmen eða nælu.



Gatamyndir

Nemendur fá blað sem þeir brjóta saman í tvennt. Þeir búa til lítil göt í blaðið með grófri nál eða fínum prjóni. Þeir taka blaðið í sundur og draga línur milli gatanna og reyna að fá mynd eða feril úr þeim. Að lokum skoða nemendur speglun og nota brotið sem speglunarás.

Til að fá flóknari mynd er hægt að brjóta blaðið tvisvar. Þá er heppilegt að skoða samhverfuása og snúninga.



Ferlar

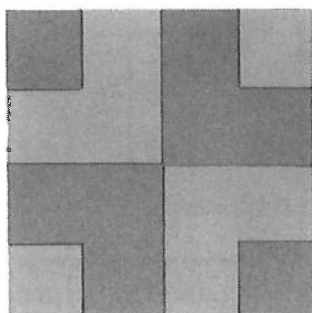
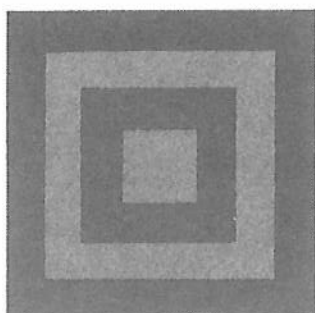
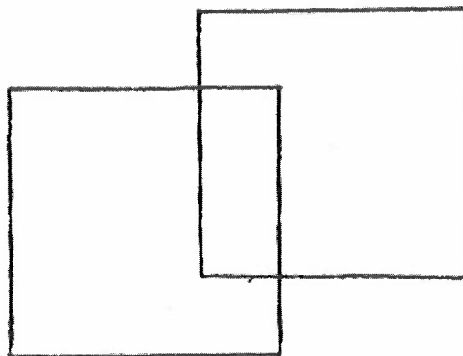
Á vinnuspjöldum í stærðfræði sem Námsgagnastofnun gaf út árið 1981 er að finna á spjaldi 204 leik sem heitir **Ferlar**.

Leikurinn er fyrir tvo. Á autt blað eru teiknaðir 5 punktar. Hvor nemandi hefur sinn lit. Þeir skiptast á að draga ferla sem tengja 2 punkta. Ferill má líka byrja og enda í sama punkti. Þegar hann hefur verið dreginn, er settur punktur einhvers staðar á hann sem getur orðið að nýjum ferli.

Ferill má hvorki skera sjálfan sig né aðra ferla. Ekki má draga feril yfir punkt, þ.e. punktur má ekki vera á ferlinum. Það mega ekki vera fleiri en þrjár ferlar úr hverjum punkti.

Sá vinnur leikinn, sem getur dregið síðasta ferilinn.

Nemendur reyna að teikna ferilinn hér við hliðina án þess að lyfta blýantinum nokkurn tíma frá pappírnum eða fara tvisvar sinnum ofan í nokkurt strik.



Feringamynstur

Nemendur fá nokkra mislita feringa sem eru t.d. $8 \cdot 8$ cm. Þeir hafa einn eða fleiri feringa óbreytta, skipta hinum í fjóra jafnstóra feringa og í 16 jafnstóra feringa. Nú búa nemendur til eins mörg mynstur og þeir geta með því að raða feringunum saman á mismunandi hátt.

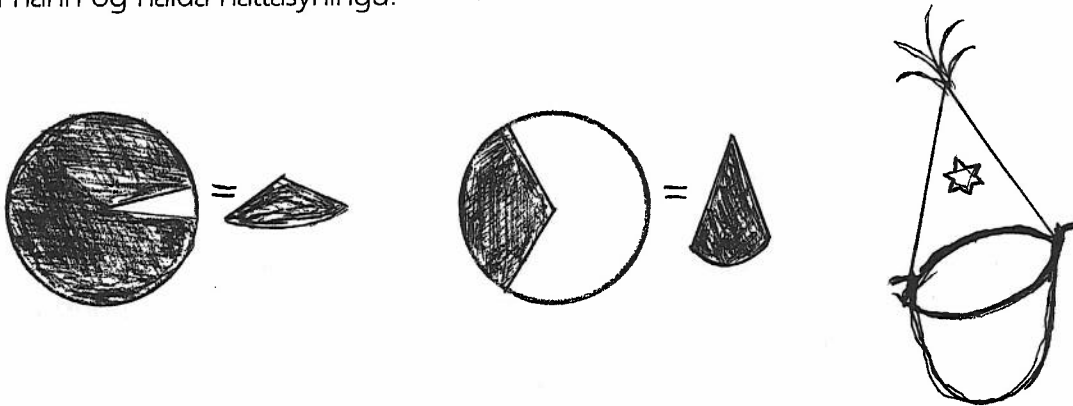
Skref á pinnabretti

Á vinnuspjöldum í stærðfræði sem Námsgagnastofnun gaf út árið 1981 er að finna á spjaldi 301 leik sem heitir **Skref á pinnabretti**.

Kubbar eru settir í horn pinnabrettis og búin er til leið milli þeirra með mislitum teygjum. Leiðirnar eru teiknaðar á punktablað. Eitt skref er vegalengd milli tveggja punkta, annað hvort lárétt eða lóðrétt. Teiknaðar eru eins margar leiðir og hægt er að finna. Síðan kanna nemendur lengstu og stystu leiðina, mismun þeirra og fleira.

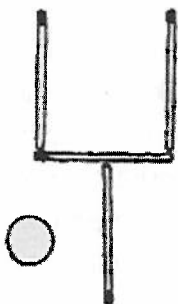
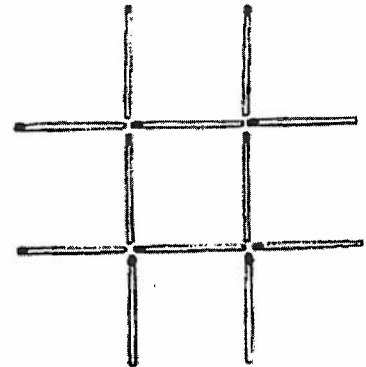
Hattasýning

Nemendur búa til hatta. Þeir teikna hring með sirkli eða eftir matardiski. Þeir klippa hringgeira út frá miðju hringins sem hefur t.d. 120° , 90° eða 30° horn. Þeir athuga hvaða áhrif það hefur á lögun hattsins hvað hringgeirinn er stór sem þeir klippa út. Þeir búa að lokum til þann hatt sem þeir vilja, skreyta hann og halda hattasýningu.



Eldspýtnaprautir

Taktu 12 eldspýtur og raðaðu þeim eins og myndin sýnir. Búðu til 3 ferninga með því að hreyfa þrjár eldspýtur.



Taktu 4 eldspýtur og pening. Raðaðu þeim eins og myndin sýnir. Færðu 2 eldspýtur og þá á peningurinn að vera upp í bikarnum.

Flottar myndir

Aldur: Miðstíg.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir mörgum möguleikum til mynsturgerðar úr ferningi
- geri sér grein fyrir hvernig hægt er að breyta ferningi í marghyrninga.
- geri sér grein fyrir hliðrun og þökun

Lýsing:

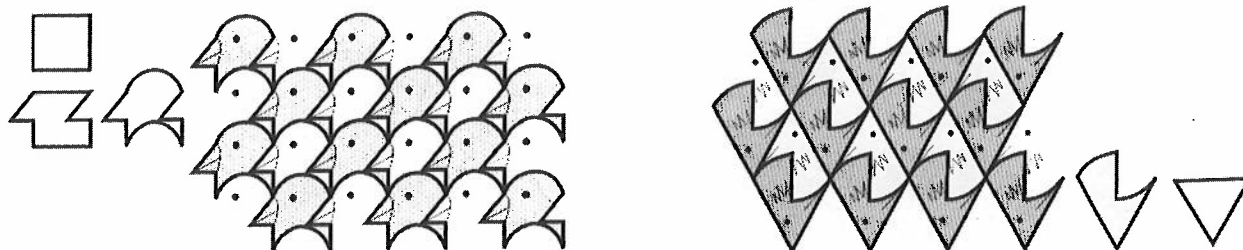
Flutningar og þökun: Aðferð Eschers.

Hver nemandi fær þykkt ferningslaga pappaspjald (u.þ.b. 10 • 10 cm). Hann klippir hluta úr ferningnum t.d. lítinn þríhyrning og límir hann á mótlæga hlið (hliðrun). Því næst fær hann blað t.d. A4 eða A3, leggur formið sitt á mitt blaðið og teiknar útlínur þess á það. Hann tekur síðan formið og leggur það við hliðina á fyrri útlínunum og teiknar nýjar. Þetta endurtekur hann þar til hann hefur lokið við að þekja blaðið. Að lokum litar hann það.

Pannig má búa til mismunandi mynstur.

Hægt er að fá flóknari mynstur með því að klippa fleiri en einn hluta úr pappaspjaldinu (hugmyndaflug!). Þetta er hægt að gera á óendanlega marga vegu. Alltaf verða til form sem hægt er að þekja með.

Síðan búa nemendur til mismunandi listaverk.



Til umhugsunar:

Þessi hugmynd gefur möguleika til úrvinnslu sem henta öllum árgöngum grunnskóla.

Í yngstu bekkjum má klippa ferningslaga pappaspjald í ýmsa búta og raða í mynstur. Ef klippt er með aðferð Eschers er ráðlegt að klippa ekki meira en einn bút úr forminu. Einnig má hafa þríhyrning sem grunnform.

Á miðstigi gera nemendur sjálfir ferninginn.

Á unglíngastigi mætti hugsa sér fleiri og flóknari reglulega hyrninga.

Nemendur skoða vefslóð um Eschers mynsturgerð:

<http://www.khi.is/~solrun/namsefni/escher/welcome.htm>

Nemendur skoða listaverkabækur með verkum Eschers.

Efni: Þykkur pappi, límband, skæri, blýantur, reglustikur og litir.

Kort og kortalitur

Aldur: Miðstíga.

Markmið að nemendur:

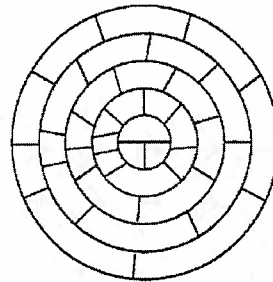
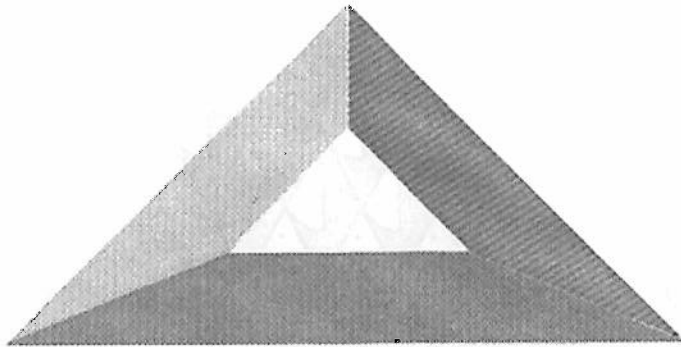
- þjálfist í að lesa á landakort
- átti sig á að öll landakort er hægt að lita með 4 litum

Lýsing:

Hvað þarf marga liti til að lita landakort þannig að aldrei liggja tvö svæði/lönd saman sem hafa sama lit?

Nemendur fá landakort og prófa að lita löndin með eins fáum litum og hægt er. Nemendur vinna saman í hópum og ræða niðurstöður.

Nemendur hanna sjálfir kort. Þeir reyna að hafa það þannig að nauðsynlegt sé að nota fleiri en fjóra liti. Við litun kortsins þurfa þeir samt sem áður að nota eins fáa liti og hægt er.



Til umhugsunar:

Hvað eru litirnir margir?

Er til einhver regla?

Nemendur geta einnig fengið t.d. kort af hverfi og eiga að skoða hvar best sé að staðsetja Ísbúð í hverfinu, þannig að krakkar í því þurfi að fara yfir sem færstar götur til að kaupa Ís.

Nemendur skoða myndir og kort sem börn hafa búið til

Vefslóð: <http://www.c3.lanl.gov/mega-math/workbk/map/kidmaps.html>

Á vinnuspjöldum í stærðfræði sem Námsgagnastofnun gaf út árið 1981 er að finna á spjaldi 306 verkefnið **Litaðu ferningana**.

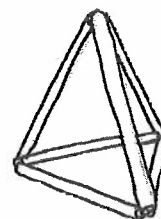
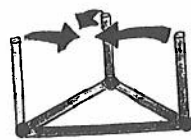
Efni: Kort, pappír, litir.

Rör eru til margs nýt

Aldur: Miðstig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir hvernig hægt er að hanna þrívíð form
- átti sig á samhengi milli fjölda horna, brúna og flata



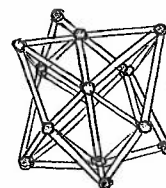
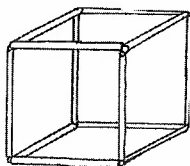
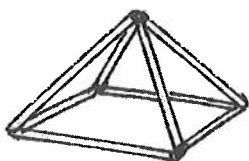
Lýsing:

Nemendur fá sogrör eða grillpinna, skæri, kennaratyggjó og/eða pípuhreinsara og reglustiku. Þeir mæla 6 jafnlöng sogrör. Síðan búa þeir til þríhyrning sem grunnflöt, festa rör í hvert horn hans og festa þau saman með kennaratyggjóinu eða pípuhreinsurum. Nú hafa nemendur búið til þriggja hliða pýramída.

Hvað þarf mörg sogrör til að búa til fjögurra hliða pýramída?

Hvað þarf mörg sogrör til að búa til strending?

Hvað þarf mörg sogrör til að búa til stjörnu?



Til umhugsunar:

Nemendur geta kannað hvað gerist ef þeir vinna með mismunandi löng sogrör og skoðað niðurstöður.

Einnig geta þeir klætt strendingana eða pýramídana með pappír.

Nemendur geta búi til stærri þrívíða hluti úr plastrafmagnsrörum (söguðum til). Þau eru fest saman með leir.

Önnur hugmynd til að búa til þrívíð form:

Fylgja skal leiðbeiningunum hér á eftir til að búa til pýramída úr dagblöðum. (Nota skal límband eða teygjur.)

Taka á þrjár síður úr dagblaði og rúlla þeim fast saman frá horni í horn.

Festa skal lausa hornið með lími eða nota teygjur til að festa hornið með.

Rúlla á upp nokkrum lengjum og líma saman á hornunum í þríhyrninga.

Setja skal þríhyrningana saman í pýramída.

Nota má sömu aðferð til að byggja önnur þrívíð form til dæmis tening.

Efni: Sogrör eða grillpinna, skæri, kennaratyggjó eða pípuhreinsarar og reglustikur.

Litlir kassar og dinga linga ling

Aldur: Miðstig.

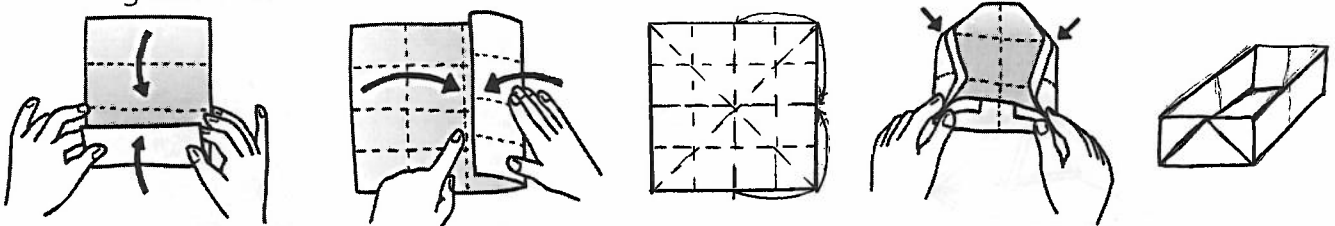
Markmið að nemendur:

- búi til þrívíða hluti úr pappírsblaði
- þjálfist í að nota stærðfræðihugöt svo sem horn, brúnir, hliðarfleti, miðju, hornalínur, langsum, þversum, ferninga og þríhyrninga

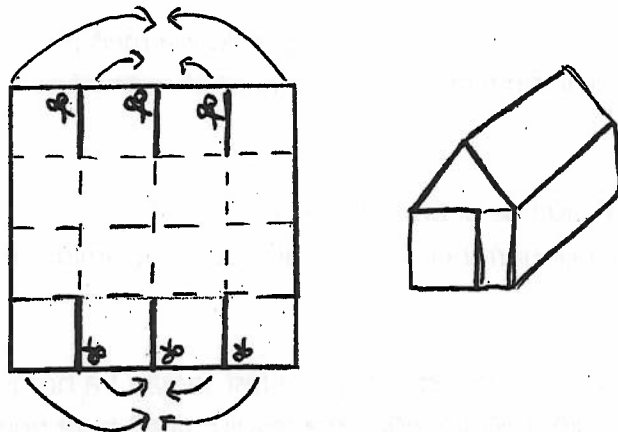
Lýsing:

Nemendur fá ferningslaga blað. Þeir brjóta saman gagnstæðar hliðar - tvisvar. Síðan brjóta þeir hliðarnar inn að miðju svo að myndist 16 ferningar. Blaðinu er flett í sundur og brotið horn í horn, endurtekið og þá myndast X. Þessi byrjun er eins hjá kassa og húsi.

Kassi: Ferningar í hverju horni eru nú helmingaðir af hornalínu. Hún er síðan brotin inn og lögð upp að hliðarferningum og hliðarbrún. Þetta er endurtekið þrisvar og límt að lokum.



Hús: Þegar blaðið hefur verið brotið í 16 ferninga og X hefur myndast er klippt eftir brotalínu á gagnstæðum hliðum sem svarar hlið ystu ferninganna (þrisvar á hverri hlið). Ris hússins er myndað með því að leggja saman miðju ferninganna sem klippt var í. Gaflarnir myndast með því að leggja saman ferninga hornanna að hluta til. Nemendur skreyta húsið eða teikna glugga og hurð og líma gaflana saman.



Til umhugsunar:

Á unglingastigi mætti nota sama verkefnið þar sem flatarmál hússins væri mælt. Nemendur finna síðan út hve stóran pappír þarf til að stækka flatarmálið um t.d. 1/4 eða 1/3 eða eitthvað annað.

Efni: Ferningslöguð blöð, litir, skæri og lím.

Þríhyrningatilraunir

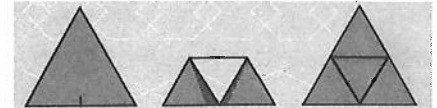
Aldur: Miðstígg - unglingsstígg.

Markmið að nemendur:

- átti sig á einlögun í þríhyrningi
- þjálfist í mynsturgerð
- skoði margbreytilega mynsturgerð þegar þríhyrningar eru klipptir um miðlínur, miðnormala og hornalínur

Lýsing:

Nemendur teikna jafnhliða þríhyrning og klippa hann út. Þeir finna miðju hversar hliðar með því að brjóta hann saman. Síðan teikna þeir línur milli miðpunktanna á hliðunum. Að lokum klippa þeir eftir línunum.



Hvað kemur í ljós?

Hægt er að prófa annan þríhyrning. Hvað gerist?

Hægt er að prófa jafnarma þríhyrning. Hvað kemur í ljós?

Hægt er að prófa jafnhliða þríhyrning. Hvað gerist?

Hvernig eru litlu þríhyrningarnir?

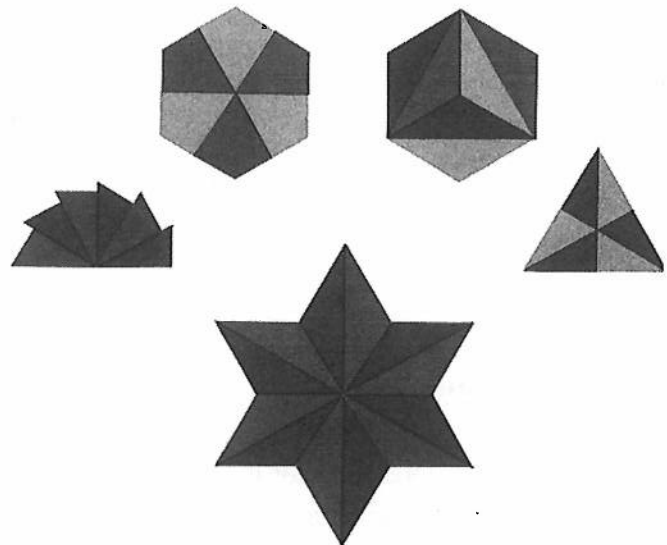
Hvaða ályktun er hægt að draga af því sem gerðist?



Til umhugsunar:

Nemendur klippa út einslaga þríhyrninga í mismunandi litum og mismunandi stærðum. Þeir raða þeim síðan saman og búa til ólík mynstur.

Nemendur klippa út einslaga þríhyrninga í mismunandi litum. Þeir teikna fyrst hornalínur (þríhyrnings), klippa eftir þeim og búa til margs konar mynstur. Næst teikna þeir miðlínur, klippa út og búa til mynstur. Og að lokum miðnormala, klippa út og búa til mynstur.



Nemendur búa til þríhyrninga og raða þeim á mismunandi vegu þannig að þeir mynda önnur form, t.d. ferhyrning, samsíðung, fimmhyrning, sexhyrning.

Nemendur velja sér form og skrá hjá sér úr hvað mörgum og hvers konar þríhyrningum þeir mynduðu formið. Nemendur kynna niðurstöður sínar.

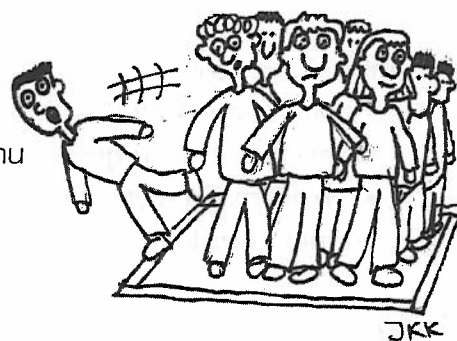
Efni: Mislitur pappír, skæri og reglustikur.

Hvernig er einn fermetri í laginu?

Aldur: Miðstig.

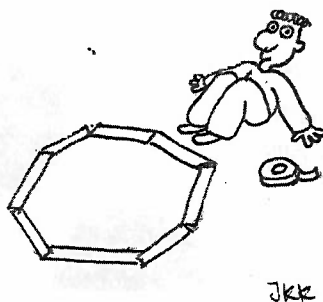
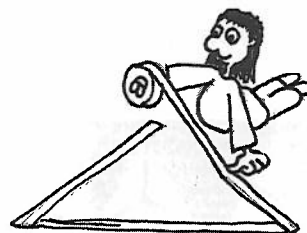
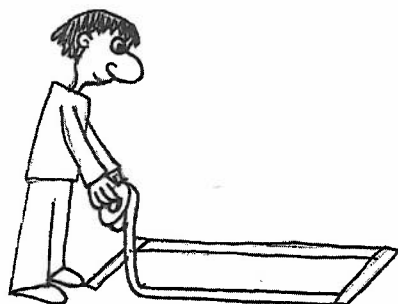
Markmið að nemendur:

- átti sig á stærð fermetra
- átti sig á að fermetri getur verið mismunandi í laginu



Lýsing:

Nemendur líma útlínur eins fermetra á gólfíð í stofunni (1m • 1m), skoða hann og ræða stærð hans. Kom stærð hans á óvart? Nemendur skipta sér í 4 manna hópa og fá það verkefni að búa til úr pappír einn fermetra sem ekki er ferningur. Að lokum sýnir hver hópur og útskýrir niðurstöður sínar.



Til umhugsunar:

Út frá verkefninu má velta upp eftirfarandi spurningum:

Hvaða aðferðir voru notaðar til að afmarka fermetrann?

Hvaða vandamál komu upp og hvernig voru þau leyst?

Hvernig var fermetrinn í laginu?

Getur hann verið öðruvísi í laginu?

Hvað komast margir nemendur fyrir á fermetra?

Hvenær þurfum við að reikna flatarmál í fermetrum?

Efni: Pappír, maskínupappír, málbönd, reglustikur, málingarlímband, skæri og vasareiknar.

Rannsóknir með tveimur speglum

Aldur: Miðstig - unglíngastig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir að hornastærð milli spegla hefur áhrif á speglunina
- átti sig á að hornastærð hafi áhrif á fjölda mynda sem fram koma

Lýsing:

Nemendur líma saman tvo jafnstóra spegla sem standa á borði. Þeir setja lítinn hlut á milli þeirra. Nemendur velta fyrir sér hvað gerist ef hornastærð milli speglanna er breytt. Nemendur breyta hornastærðinni og skoða hvaða áhrif mismunandi hornastærðir hafa á það sem fram kemur í speglunum.

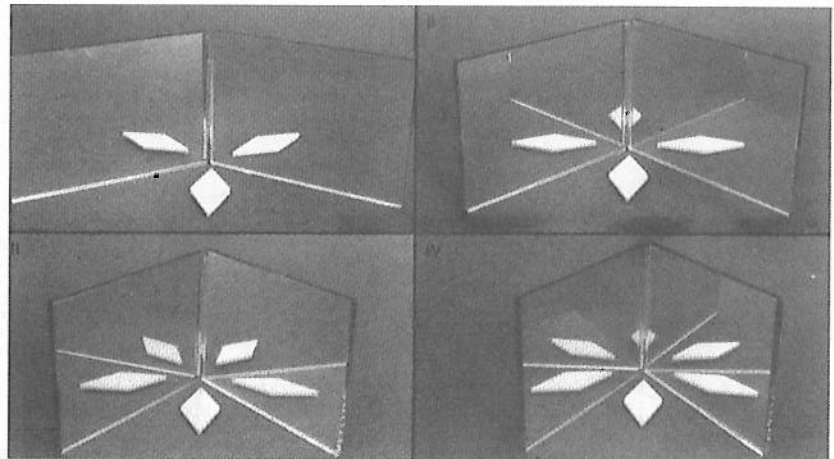
Nemendur prófa að stilla speglana í 90° horn og skoða hvað þeir sjá. Síðan stilla þeir speglana þannig að þeir sjái þrjár myndir. Þegar þeir hafa gert það mæla þeir hornastærðina. Eins er prófað með 5 myndir og 6 myndir.

Nemendur skrá niðurstöður í töflu.

Er einhverja reglu að finna?

Hver er hún?

Í hverju er hún fólgin?



Til umhugsunar:

Nemendur stilla speglum á standi á móti hvorum öðrum. Hlutur t.d. blýantur er settur á milli þeirra. Hvað gerist?

Nemendur setja spegil á standi ofan á liggjandi spegil. Nemendur útbúa pappaspjald með lítilli rifu. Þeir fá vasaljós og lýsa í gegnum rifuna.

Hvað gerist? Nemendur skoða hornin sem myndast.

Hægt er að sjá útfærslu með tveimur speglum á vefslóðinni:

<http://www.ben2.ucla.edu/~permati/java/spaint/spaint.html>

Efni: Jafnstórir speglar, límband, gráðubogi og lítill hlutur t.d. teningur, blýantur, standur, pappaspjöld og vasaljós.

Skoðið heiminn í gegnum pappírsrör

Verkefnið er ekki bundið við aldur.

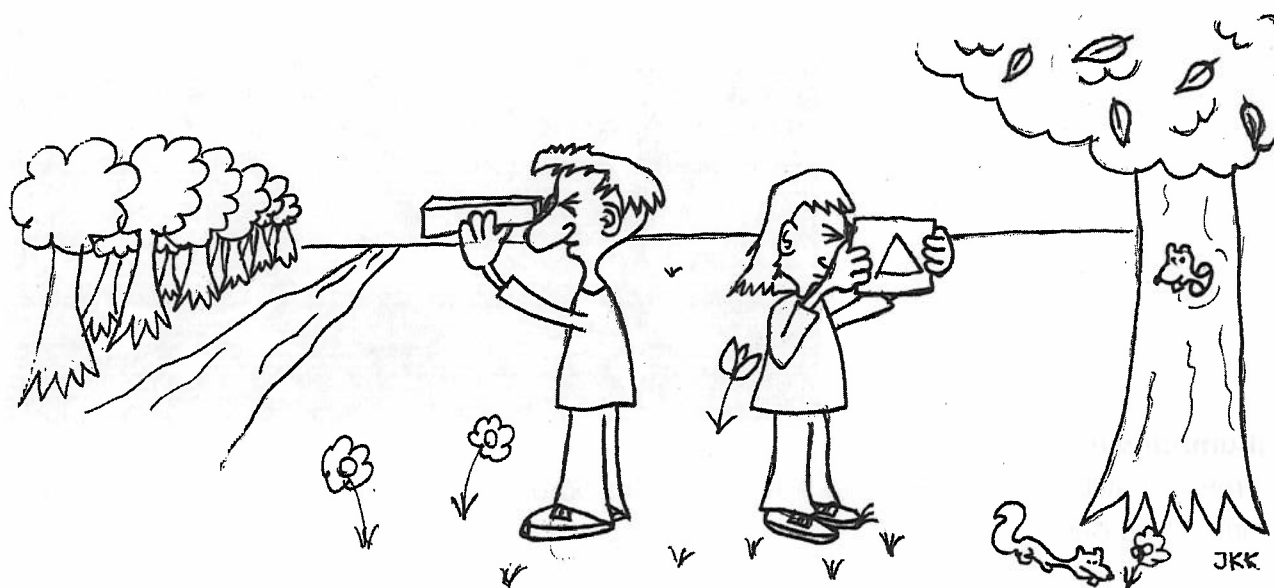
Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir ýmsum formum
- afmarki sjónsvið sitt úti í náttúrunni

Lýsing:

Nemendur fá kartonpappír og teikna alls konar form, eitt á hvert karton, þríhyrning, hring eða rétthyrning og klippa út. Í gegnum götin geta þeir skoðað og afmarkað ýmsa hluti í umhverfinu. Einnig er hægt að búa til þrívíddarhólka eða rör úr kartonpappír, t.d fer- eða þristrendinga, sívalninga eða keilu. Nemendur fara út með rörin og formin og skoða umhverfið í gegnum þau. Þeir velja sér ákveðið viðfangsefni og teikna það á pappír.

Gaman er að skoða sama hlutinn í gegnum mismunandi form eða þrívíddarhólka og bera saman niðurstöður.



Til umhugsunar:

Hægt er að skoða ýmsa smáa hluti svo sem gróður eða stóra hluti eins og hús eða landslag. Þannig gera nemendur sér grein fyrir hvernig sérkenni koma betur fram þegar hlutir eru afmarkaðir frá umhverfinu.

Til greina koma fleiri form en nefnd eru hér að ofan bæði útklippt úr kartoni eða sem lögum pappírshólks.

Efni: Kartonpappír, reglustikur, blýanta, lím og teiknipappír.

Pekja ferhyrningar flöt?

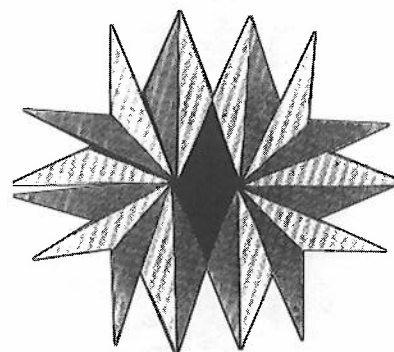
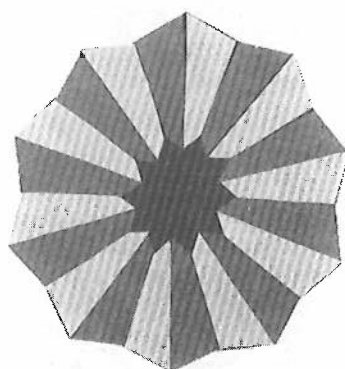
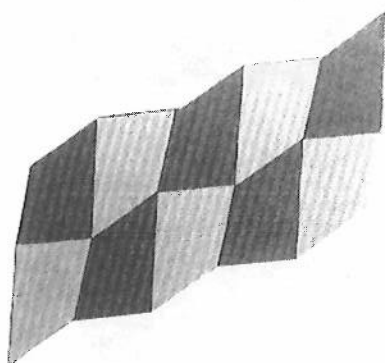
Aldur: Miðstig - unglingsstig.

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir hvað ræður þökunarmöguleikum
- átti sig á fjölbreytileika ferhyrninga og greini sameiginleg einkenni þeirra
- setji fram tilgátur á grundvelli rannsókna

Lýsing:

Nemendur geta unnið saman í litlum hópum. Þeir búa til nokkra eins ferhyrninga, t.d. með því að brjóta blað í fernt og klippa eftir brotinu. Þeir prófa að þekja með ferhyrningunum og teikna upp það mynstur sem fram kemur. Þeir prófa síðan aftur með því að klippa út ferhyrninga sem eru frábrugðnir þeim fyrstu. Þeir teikna upp það mynstur sem fram kemur. Hver hópur velur sér það mynstur sem þeim finnst fallegast, lita það og skreyta.



Til umhugsunar:

Hóparnir bera saman niðurstöður sínar.

Er alltaf hægt að þekja með ferhyrningum?

Hvernig getur staðið á því?

Er einhver regla fyrir því hvernig ferhyrningarnir raðast saman?

Er hægt að þekja á sama hátt með öðrum formum?

Verkefnið má eins vinna í forritinu **Geometer's Sketchpad**.

Efni: Pappír, skæri, gráðubogar, litir

Völundarhús

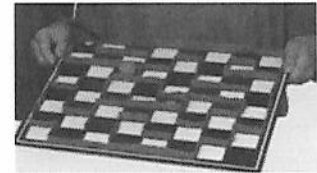
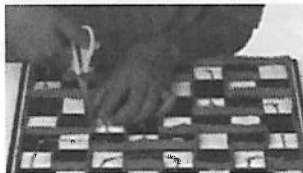
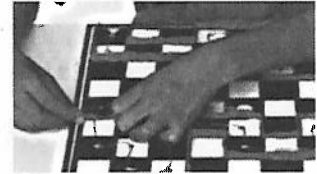
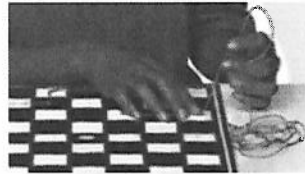
Aldur: Miðstig

Markmið að nemendur:

- efli rökhugsun sína
- geri sér grein fyrir samsetningarmöguleikum forma

Lýsing:

Nemendur nota skákborð til að búa til völundarhús. Þeir setja tvær fjalir undir borðið til að auðvelda því að hallast. Þeir byrja á að finna miðpunkt borðsins, merkja hann og festa þar pappírshútt. Miðpunkturinn er endapunktur völundarhússins. Síðan velja þeir leið völundarhússins og merkja hana með bandi. Næst gera þeir vegg húsins með því að klippa kartonpappír í ræmur sem þeir líma með málningalímbandi á skákborðið. Að lokum fjarlægja þeir bandið. Nú fá þeir annan nemanda til að rata rétta leið um húsið. Hann fær lítinn bolta (eða kúlu) sem er látinn renna eftir veggjum hússins.



Til umhugsunar:

Afrakstur þessa verkefnis getur orðið mjög skemmtilegur. Hægt er að nota annan efnivið t.d. dagblöð, legókubba eða fjalir. Fer það eftir umfangi verkefnisins og aldri nemenda hve flókið völundarhús er byggt. Gagnlegt er að láta nemendur semja lýsingu á verki sínu, þar sem þeir þurfa að nota stærðfræðiheiti til að lýsa völundarhúsinu.

Efni: Skákborð, skæri, band, kennaratyggjó, pappír, kartonpappír, málningalímband og lím.

Hugmyndir að verkefnum

Gangstéttir og hellulagnir

Notaðar eru flísar og gangstéttarhellur í þessu verkefni. Hægt er að útfæra verkefnið á ótal vegu. Gefnar eru upp flísastærðir 10 • 10 cm og 20 • 20 cm. Nemendur fá tvo liti og eiga að hanna fallett flísagólf t.d. í kennslustofunni, á sal eða gangi í skólanum sínum. Þeir gera skissur og sýnishorn. Þau búa til mynd af tilbúnu gólfinu, í réttum hlutföllum ef aldur leyfir. Í framhaldi væri hægt að láta nemendur reikna út efni, kostnað o.fl. með því að lofa þeim að leita sér upplýsinga á vefnum um verð, stærð og lögun á flísum hjá fyrirtækjum.

Nemendur skoða ákveðinn flöt sem er hellulagður. Hvernig eru hellurnar?

Væri hægt að nota öðruvísi hellur hér (öðru vísi lögun, aðrar stærðir)?

Hvað er ekki hægt?

Nemendur gera skissur og sýnishorn.

Hvernig er hægt að helluleggja hringlaga svæði?

Hvaða hellur nýtast eða nýtast ekki í þannig vinnu?

Nemendur velja svæði á skólalóðinni. Þeir koma með tillögur að því hvernig hægt er að afmarka svæðið með hellum. Síðan nýta þeir hellulögnina til að búa til afmörkuð leiksvæði (parlsa af ýmsum gerðum, boltaleikjasvæði, sippusvæði, o.fl.).

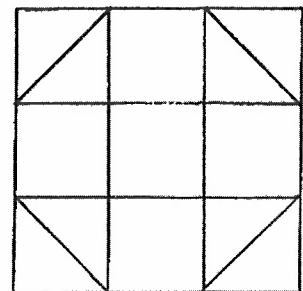
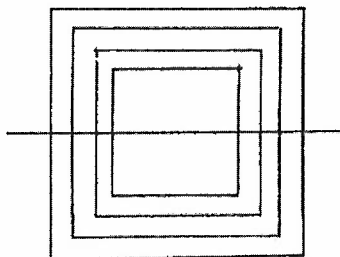
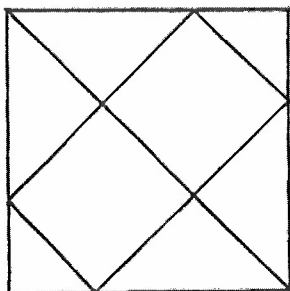
Gefnar eru upp ákveðnar hellur (lögun, stærð). Hvernig geta nemendur nýtt þessar hellur til að búa til áhugavert mynstur, á rétthyrndum fleti eða/og á göngustíg. Æskilegt væri að benda á svæði í umhverfi skólans þar sem hægt væri að útfæra hugmynd þeirra.

Nemendur skoða hellulagnir í Thorvaldsenssafninu.

Vefslóð: <http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/flise.htm>

Ferlar

Nemendur reyna að teikna ferlana án þess að lyfta blýantinum nokkurn tíma frá pappírnum eða fara tvisvar sinnum ofan í nokkurt strik.



Listaverk og form

Listasöfn og stytur (umhverfislistaverk) víða um borg og bæi er hægt að nýta til formskoðunar fyrir alla aldurshópa.

Það fer eftir aldri nemenda hvernig verkefni eru útfærð.

Nemendur fara í vettvangsferð og taka myndir af verkum frá mörgum sjónarhornum og vinna síðan nánar með þær í skólanum.

Þeir geta unnið með formin í tvívídd eða þrívídd eftir aldri nemenda.

Nemendur velja sér stytta. Rissa hana upp og sundurgreina hana í form.

Það sama er hægt að gera með málverk eða aðra myndlist.

Það er líka hægt að nýta sér listaverkabækur í sama tilgangi.

Pegar nemendur hafa unnið og kynnt sína útfærslu á verkefninu er upplagt að skoða verk Thorvaldsens. Á heimasíðu safnsins er hægt að sjá form og uppbyggingu verkanna.

Vefslóð: <http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/thorv.htm>

Hvar lendir eggjð?

Ósoðið egg er fest eða límt við band sem hangir niður úr lofti t.d. í kennslustofu. Skál er sett á gólfjð svollitið frá egginu, ekki beint fyrir neðan það.

Nemendur eiga að hanna landingarpall fyrir eggjð þannig að það komist óbrotið ofan í skálina.

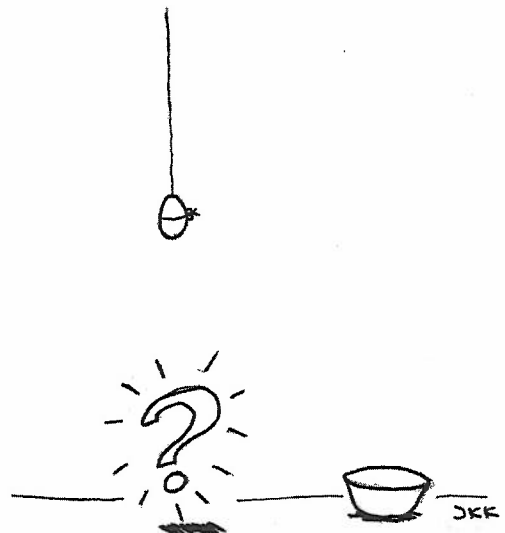
Eini efniviðurinn sem má nota er dagblaðapappír og málningarlímband.

Pegar pallurinn hefur verið hannaður, er hann prófaður með því að klippa á bandið með viðhöfn.

Hvernig var hönnun pallsins, var hún mismunandi?

Hvað þarf að hafa í huga við hönnun pallsins?

Hvað hefur áhrif á að eggjð komist óbrotið í skálina?



Hvernig má smækka/stækka þríhyrning?

Nemendur teikna þríhyrning á blað. Næst teikna þeir punkt utan þríhyrningsins. Þeir draga línu frá punktinum í hornpunkta þríhyrningsins. Þá geta þeir t.d. fundið miðpunkta þessara lína. Síðan draga þeir strik milli miðpunktanna. Þá hafa þeir fengið annan þríhyrning. Nú skoða nemendur nýja þríhyrninginn.

Hvert er hlutfall lengdar strikanna miðað við lengd hliða í upphaflega þríhyrningnum?

Nemendur geta unnið þessa rannsókn á þríhyrningum í hópum og fengið mismunandi verkefni í að smækka eða stækka þríhyrningana með því að einn hópurinn lengir eða minnkar línur frá punkti í hornpunkta um helming, annar um 1/3, og sá þriðji um 1/4. Síðan geta nemendur skoðað þríhyrningana og rætt um stækkunina/smækkunina.

Eldspýtnaprautir

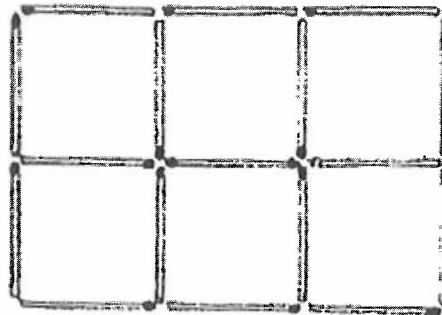
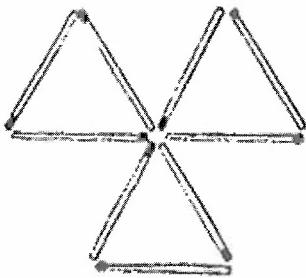
Nemendur fá 7 eldspýtur og reyna að búa til þrjá þríhyrninga úr þeim.

Nemendur fá 9 eldspýtur og raða þeim í 3 þríhyrninga (sjá mynd).

Þeir eiga að búa til þrjá samsíðunga með því að hreyfa aðeins þrjár eldspýtur.

Nemendur fá 17 eldspýtur og raða þeim í 6 ferninga (sjá mynd).


Þeir eiga að búa til þrjá ferninga með því að fjarlægja 5 eldspýtur.




Þökun

Nemendur fá pappaform með reglulegum hyrningum. Þeir geta notað þrýstisþjöld sem fylgja námsefninu Stærðfræði handa grunnskólum 1C og 5A. Nemendur prófa að þekja með einni gerð forma í einu. Þeir skrá síðan í töflu þá möguleika sem um ræðir.

Nemendur búa til töflu t.d.

Mynd	Heiti forms	Fjöldi horna	Hornastærð	Þekur
	Jafnhliða þríhyrningur	3	60°	Já

Mynd	Heiti forms	Fjöldi horna	Hornastærð	Þekur
	Reglulegur fimmhyrningur	5	108°	Nei

Með hvaða formum er hægt að þekja?

Af hverju er hægt að þekja með sumum formum en ekki öðrum?

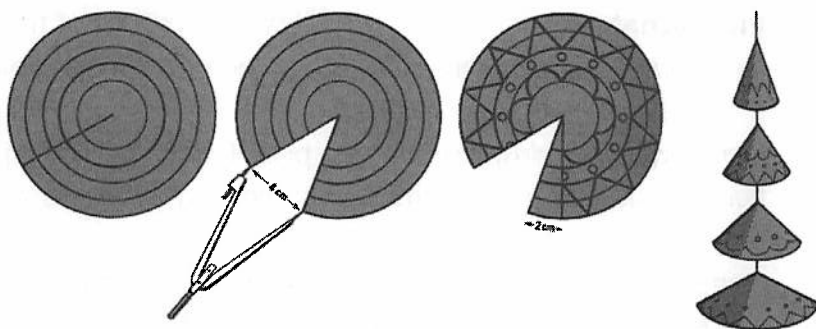
Hvað einkennir þau form?

Hvernig er hægt að finna út hvort þekja megi með formum eða ekki, án þess að prófa?

Nemendur nota þekkingu sína til að hanna stétt. Þeir geta notað eina eða fleiri gerðir af gangstéttarhellum og sett fram nokkrar hugmyndir. Þeir geta síðan teiknað hugmyndir sínar upp á A3 blað.

Keilur

Nemendur teikna hringi út frá sama miðpunkti. Stærsti hringurinn hefur 6 cm radíus, næsti 5 cm, 4 cm, 3 cm og sá minnsti 2 cm. Radíus er dreginn. Næst er sirkill látinn afmarka 4 cm boga af hringnum. Dregin er lína í miðpunkt og geirinn klipptur út.



Hringurinn er skreyttur mismunandi mynstrum og að lokum er búin til keila úr forminu. Hægt er að búa til mismunandi keilur eftir því hvað stór geiri er klipptur úr hringnum.

Hvernig verður hæð keilunnar ef sirkill afmarkar 6 cm af hringnum og geirinn er klippur út?

Hvernig verður hæð keilunnar ef sirkill afmarkar 9 cm af hringnum og geirinn er klippur út?

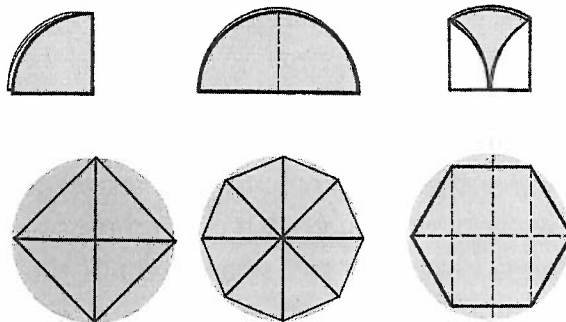
Hvernig verður hæð keilunnar ef sirkill afmarkar 12 cm af hringnum og geirinn er klippur út?

Nemendur skoða og skrá mismunandi keiluform í umhverfinu t.d. ísform, lampaskerma, ljósastaura á göngustígum o.fl.

Er hægt að búa til ferning, sexhyrning og átthyrning úr hring?

Nemendur teikna með sirkli og klippa út nokkra jafnstóra hringi.

Þeir brjóta fyrsta hringinn tvisvar, taka hann í sundur og teikna línur milli brotapunkta á hringferlinum. Hvaða form fá nemendur?



Næst brjóta nemendur hringinn þrisvar, taka hann í sundur og teikna línur milli brotapunkta á hringferlinum. Hvaða form fá nemendur þá?

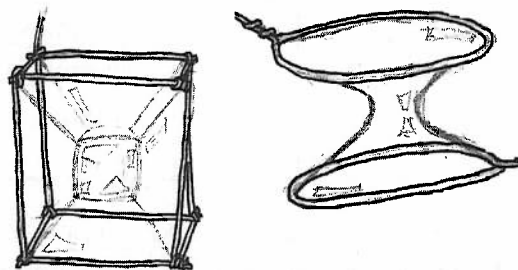
Nú brjóta nemendur hringinn tvisvar, taka brotið í sundur og brjóta síðan inn að miðpunkti eins og mynd sýnir. Taka hringinn í sundur og teikna línur milli brotapunktra á hringferlinum. Hvaða form fá nemendur?

Er hægt að búa til fleiri form á þennan hátt?

Sápukúlur

Formskoðun með súpukúlum er spennandi viðfangsefni. Nemendur geta búið til mismunandi form úr blómavír eða rafmagnsvír. Nemendur þekkja súpukúlur sem myndast með því að blása í gegnum hringlaga form.

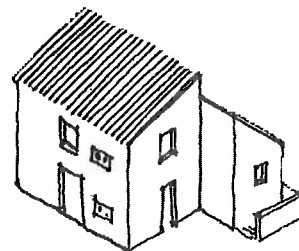
Hvað gerist ef formið er ferningur, rétthyrningur, þríhyrningur eða sporaskja?



Nemendur geta athugað hvað gerist ef þeir bleyta í súpulegi tvö hringlaga form og fjarlægja þau síðan varlega hvort frá öðru. Hvað gerist ef tvö ferningslaga form eru tekin í sundur á sama hátt? Berið saman niðurstöður.

Prívíddarteikningar

Verkefnið er ekki bundið við aldur.



Markmið:

- Að efla færni nemenda í prívíddarteikningu

Lýsing:

Verkefnið er fólgið í því að teikna á punktablað prívíð form og fara síðan út og teikna hús og reyna á þann hátt að yfirfæra færni í að teikna eftir forskrift punktablaðsins út í frjálsa teikningu. Byrjað er á að varpa fram spurningunni um muninn á tvívídd og prívídd og nemendur gera tilraun til að skilgreina hann (stutt).

Skyldu öll dýr jarðarinnar skynja heiminn í sömu víddum og við mennirnir?

Hvað t.d. með ánamaðka, hvali, hunda, gerla eða haferni?

Nemendur teikna á punktablað (prírhyrninganet) misstóra teninga og einn teningastafla.

Heppilegt er að setja tvo til þrjá nemendur saman við borð og láta þá byggja kubbabyggingar sem þeir síðan teikna frá sama sjónarhorninu.

Að loknum æfingum á punktblöðunum er nemendum fengið það verkefni að fara út, velja sér hús og teikna það. Teikningarnar eru síðan hengdar upp, bæði punktblöð og húsateikningarnar. Nemendur kynna verk sín.

Til umhugsunar:

Þar sem jafnaldrar eru mjög misjafnlega á vegi staddir í skilningi á prívídd og færni í að teikna prívíð form er æskilegt að viðfangsefni hæfi hverjum og einum.

1. Fyrir þá nemendur sem eiga í verulegum erfiðleikum með teikningu getur verið heppilegt að fá þeim t.d. húsateikningu á glæru og leyfa þeim að varpa henni upp á blað (A-3) og teikna útlínur húss. Þegar slökkt er á myndvarpanum er hægt að ræða um hvernig útlínurnar liggja á blaðinu og benda sérstaklega á þau horn í húsinu sem eru 90° í raunveruleikanum, en eitthvað allt annað á teikningunni.

2. Fyrir einhverja nemendur getur verið gott að fara í göngutúr og skoða hús. Það getur verið nauðsynlegt fyrir suma að sjá hvernig útlínur húsa breytast eftir því hvert sjónarhornið er. Æskilegt er að nemendur fái að sjá hvernig útlínurnar "breyta um stefnu" þegar gengið er frá einu sjónarhorni til annars.

3. Einnig gæti verið heppilegt að leggja glæru á rúðu (glugga) þar sem fyrir utan blasir hús og leyfa nemendum að glíma við að teikna húsið á glærana út frá ákveðnu sjónarhorni. Passa verður að afstaðan sé alltaf sú sama.

4. Fyrir áhugasama nemendur getur það verið góð glíma að teikna húsbyggingar þannig að sjáist í gegnum þær. Þá er heppilegt að velja húsbyggingar sem eru ekki eins á öllum hliðum heldur með útskotum á þeim hliðum sem ekki sjást frá því sjónarhorni sem teiknað er.

Hægt er að skoða hvernig mynd breytist við að færa hvarfpunkta úr stað á vefslóðinni: <http://forum.swarthmore.edu/workshops/sum98/participants/sanders/TryPersp.gsp.html>

Efni: Punktblöð, A-3 blöð, reglustikur, húsateikningar.

Spegilmyndir

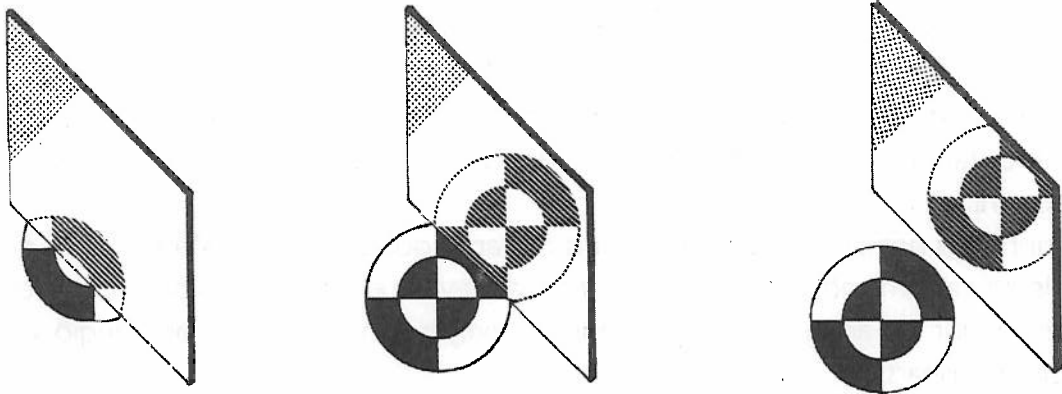
Aldur: Unglingastig - miðstig.

Markmið að nemendur:

- skoði möguleika á mynsturgerð með speglun
- geri sér grein fyrir speglun sem dæmi um flutning
- geri rannsókn

Lýsing:

Nemendur búa til myndir út frá speglun á hring. Þeir klippa út hring og teikna síðan hring inn í hann sem hefur helmingi styttri radíus (geisla). Hringurinn er brotinn í fernt, línur strikaðar í brotin og hver hluti litaður þannig að hann greini sig frá nærliggjandi svæðum. Nægilegt er að nota tvo liti. Nemendur finna fyrst nokkra speglunarása en síðan prófa þeir að búa til myndir með því að stilla spegli á hringinn og búa þannig til spegilmynd af hluta hringsins. Þeir teikna þær myndir sem koma fram. Aðrir nemendur geta reynt að finna hvernig hver mynd var fengin fram með speglun. Nemendur geta síðan hannað eigin mynstureiningu og skoðað hvaða möguleika hún gefur á speglun og formsköpun.



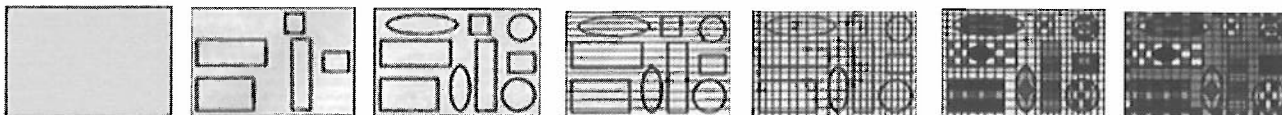
Efni: Hringfarar, speglar, reglustikur, skæri, pappír og litir.

Tölvulist

Verkefnið er ekki bundið við aldur.

Markmið að nemendur:

- fái tækifæri til frjálsrar sköpunar með stærðfræðileg form
- öðlist færni í að tjá sig um slík form.



Lýsing:

Nemendum er ætlað að teikna mynd í teikniforriti (t.d. Paint frá Microsoft) eftir ákveðnum fyrirætlum. Nauðsynlegt er að vinna í þeim hluta forritsins sem kallast „málun“ (paint), en ekki í teikningu (draw).

Fyrst fara umræður fram um skilgreiningar á formunum ferhyrningi, ferningi, hring og sporöskjulögun. Einnig hugtökum eins og samsíða, hornrétt, samhverfa, lárétt og lóðrétt o.fl. því að nemendur eiga að nota hugtökin í vinnunni framundan.

Nemendur vinna tveir og tveir saman við tölvu sem gefur þeim tækifæri á að nota hugtökin í samræðum um myndsköpunina.

Nemendur byrja með auðan skjá og teikna ramma. Síðan bæta þeir inn ferhyrningum, hringjum og sporöskjum. Þá er komið að því að teikna láréttar og lóðréttar línur yfir allan flötinn.

Að lokum eru reitirnir málaðir (fylltir) í öllum regnbogans litum, hugsanlega væri hægt að mála reitina með litum í myndmennt.

Að hönnun lokinni eru listaverkin prentuð út og hengd upp í bekkjarstofunni. Nemendur kynna verk sín.

Til umhugsunar:

Þetta verkefni má útfæra á marga vegu. Yngri nemendur teikna sjálfsagt færri form og færri línur, lita á einfaldari hátt og hugsanlega ekki eins reglulega og eldri nemendur.

Eldri nemendur geta búið til „hreyfimynd“ eða glærusýningu sem sýnir þróun listaverksins. Slíkt er lítið mál í forritum eins og Sögusmiðjunni, PowerPoint eða öðrum forritum. Nemendur þurfa að vista myndina undir mismunandi nöfnum eftir því sem verkinu miðar (t.d. mynd1, mynd2 o.s.frv.). Síðan er myndunum raðað inn í forritið í röð og er þá myndasýningin tilbúin.

Myndirnar birtast þá hver af annarri. Þróun myndverksins getur verið uppspretta vangaveltna um form og hönnun. Nemendur þjálfast í notkun hugtaka um form, uppbyggingu og afstöðu.

Á veraldarvefnum eru margir vefir þar sem slíka list (OP ART eða optical art) er að finna.

Einn af frumkvöðlum „op art - stefnunnar“ er Victor Vasarely (1908-1997) og er heilt listasafn við hann kennt.

Listasafnið sjálft er í anda stefnunnar og mörg verk að sjá á vef þess

<http://www.fondationvasarely.com/>

Vefur listamannsins Sandor Kara býður upp á 8 listaverk

http://www.art-smart.com/s_kara/

Mikill fjöldi vefsíðna fæst með því að slá inn „op art“ eða „optical art“ á leitarstrengi og vel við hæfi að leyfa nemendum að spreya sig á því.

Kviksjá

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- þekki samsetta speglun
- átti sig á samhengi fjölda spegilmýnda og hornastærða
- búi til tæki til að nota við rannsóknir

Lýsing:

Nemendur búa til kviksjá (kaleidoscope) úr eldhúsrúlluhólki, glærum og svörtu kartoni eða speglum. Þeir geta byrjað á að brjóta kartonið í þrennt þannig að mynda megi þrístrending sem passar inn í hólkin. Þeir sníða síðan glæru í samræmi við kartonið.

Ef speglar eru fyrir hendi eru þeir notaðir á sama hátt og glæsur og karton nema að þeir eru skornir í hæfilega breiðar ræmur og límdir saman. Nemendur búa síðan til mynstureiningu með því að raða litlum spilapeningum eða öðru á borð og horfa á hvernig speglun kemur fram ef horft er gegnum kíkinn. Þeir prófa síðan að horfa á umhverfi sitt en einnig er áhugavert að setja önnur form inn í og sjá hvað þá má sjá.

Hægt er að skoða hvernig speglun verður að mynstri á vefslóðinni:

<http://www.ben2.ucla.edu/~permati/java/spaint/spaint.html>



Efni: Eldhúsrúlluhólkar, glæsur, svart karton, speglar, skæri og efni til mynsturgerðar.

Fimmmínur

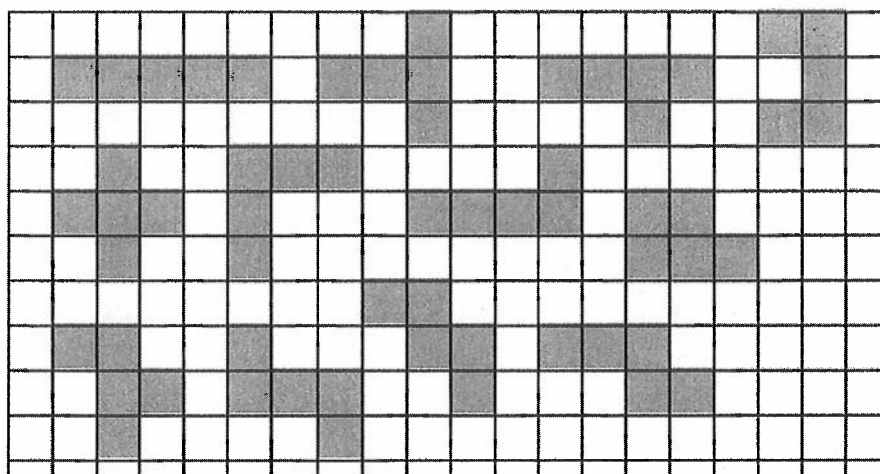
Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- efli rökhugsun sína
- geri sér grein fyrir samsetningarmöguleikum

Lýsing:

Fimmmínur eru 5 ferningar sem hægt er að raða á mismunandi vegu. Nemendur útbúa fimmmínur úr ferningum ($2 \cdot 2\text{cm}$). Hver og einn klippir út alla möguleikana tólf. Heppilegt er að tveir nemendur vinni saman að því að finna möguleikana en að hvor nemandi búi til eigið sett og noti litaðan pappír eða merki fimmmínur sínar. Þeir raða nokkrum þeirra saman í flöt, strika í kring og skrá hvaða fimmmínur þeir notuðu. Þeir leggja síðan flatarmyndir sínar fyrir bekkjarfélaga sem reyna að átta sig á hvernig fimmmínunum var raðað saman.



Til umhugsunar:

Nemendur geta einnig spilað með fimmmínurnar. Þá er útbúið spilaborð, t.d. með $8 \cdot 8$ rúðum, og tveir nemendur skiptast á að leggja. Þegar annar getur ekki lagt hefur hann tapað.

Áhugavert er að skoða hve margar fjórmínur, þrímmínur, sexmínur o.s.frv. búa má til og finna reglu fyrir fjölda möguleika.

Efni: Skæri, reglustikur og litaður pappír.

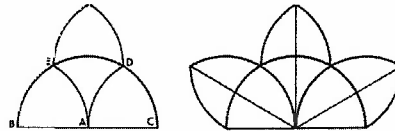
Mynstur og form með hringfara

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

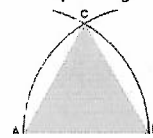
- geri sér grein fyrir eiginleikum forma
- geti nýtt sér hringfara til að teikna form
- skoði möguleika til að búa til mynstureiningar með hringfara

Lýsing:



1. verkefni - **Bogar og línur**

Teiknaðu hálfhring, merktu miðjuna A og upphaf bogans B og C. Bættu við tveimur bogum með miðju annars vegar í B og hins vegar í C. Teiknaðu síðan á sama hátt boga í E og D eins og sýnt er á mynd. Haltu áfram og teiknaðu sambærilega boga út frá B - E og C - D. Dragðu línu eins og sýnt er á mynd frá miðpunkti A í punkta D og E. Nú hefur þú skipt myndinni í þrennt. Klipptu hlutana út og búðu til mynstureiningu.



2. verkefni - **Jafnhliða þríhyrningar**

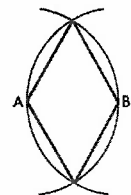
Notaðu hringfarann til að búa til jafnhliða þríhyrning. Teiknaðu fyrst 4 sentímetra langt strik og stilltu hringfarann eftir því. Gerðu boga út frá hvorum enda striksins og dragðu síðan strik frá þeim punkti þar sem bogarnir skerast í sitt hvorn enda striksins.

Hvaða form má búa til úr jafnhliða þríhyrningum?

Búðu til nokkra jafnstóra þríhyrninga og prófaðu að raða þeim saman í tígul, trapisu, sexhyrning, samsíðung.

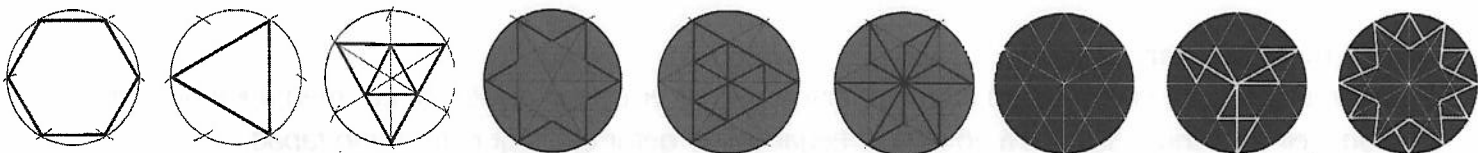
3. verkefni - **Tígull í hring**

Notaðu hringfarann til að búa til tígul. Merktu miðju og dragðu hálfhring. Merktu punkt á hálfhringnum og notaðu hann sem miðju í nýjan hálfhring. Dragðu línu milli skurðpunkta hálfhringanna og miðjanna tveggja.



4. verkefni - **Sex á hring**

Búðu til hring og merktu sex punkta með jöfnu millibili á hann. Hannaðu nokkur merki og notaðu eitthvað af þeim möguleikum sem sýndir eru hér fyrir neðan. Veldu eitt af merkjum þínum og stækkaðu það á A4 blað. Skrifaðu lýsingu á því hvernig þú fórst að fyrir neðan merkið.



Til umhugsunar:

Nemendur geta prófað sig frjálst áfram með hringfarann. Þeir geta t.d. búið til hringjamynstur og -myndir.

Efni: Hringfarar, reglustikur, pappír og litir.

Beinagrindarturninn

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- átti sig á regluleika í byggingum
- geti skráð reglu
- geti rökstutt niðurstöður sínar

Lýsing:

Nemendur velta fyrir sér spurningum eins og:

Hve marga kubba þarf til að byggja þessa byggingu (sjá mynd)?

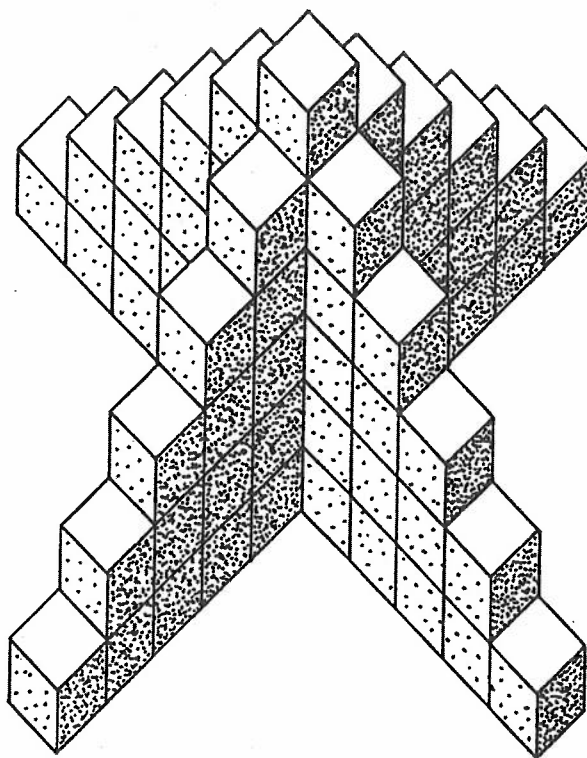
Hve marga kubba skyldi þurfa ef hæðir byggingarinnar eiga að vera tólf? Hvernig væri hægt að finna það út?

Nemendur skrá niður vangaveltur sínar og kynna niðurstöður.

Væri hægt að finna út kubbfjölda fyrir hvaða hæð sem er? Hvað ef hæðin væri 50, 100, 1000?

Nemendur þurfa að hafa kubba og gott er að þeir ræði nokkrir saman og prófi sig áfram.

Nemendur geta spreytt sig á að teikna misháa beinagrindarturna á þríhyrningapappír.



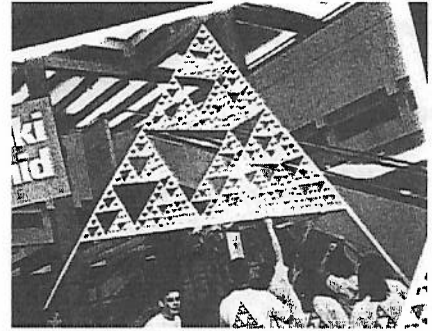
Efni: Kubbar, vasareiknar og þríhyrningapappír.

Sierpinski - pýramídinn

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- kynnist brotölum
- greini regluleika
- þekki eiginleika pýramída

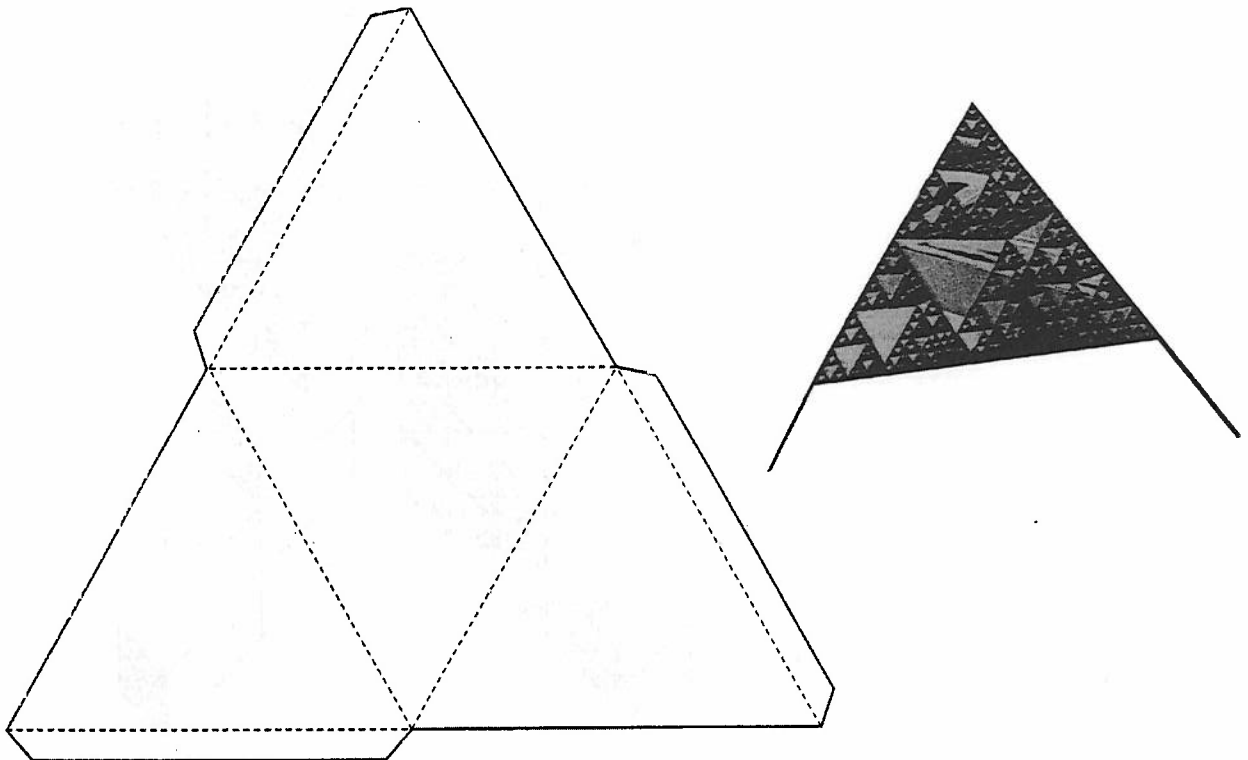


Lýsing:

Nemendur búa til pýramída sem er settur saman úr mörgum pýramíðum. Fyrst eru formin klippt út og sett saman í pýramída. Fjórir pýramíðar eru límdir saman þannig að nýr pýramídi myndast. Síðan eru búnir til fjórir slíkir pýramíðar og þeir settir saman. Þannig má halda áfram eins og úthald nemenda og burðargeta byggingarinnar leyfir. Nemendur þurfa að átta sig á fjölda pýramíðanna og finna regluleikann í aukningu þeirra. Þeir geta því útbúið töflu sem sýnir fjölda í hverju lagi.

Sierpinski - pýramídinn byggir á þríhyrningabrotölum. Þar er byrjað með jafnhliða þríhyrning og skorinn annar jafnhliða þríhyrningur úr miðju hans. Þá hafa myndast þrjár jafnhliða þríhyrningar og er skorið úr miðju þeirra. Svona er hægt að halda áfram í hið óendanlega.

Í pýramíðanum er mörgum pýramíðum raðað saman til að mynda stærri. Þegar samsetningum er lokið má sjá að eins hefði verið hægt að skera úr hverjum pýramída. Það er erfitt í framkvæmd en hugmyndin á bak við brotala er að brjóta niður í æ smærri einingar. Því er mikilvægt að skoða pýramíðabygginguna vel í lokin sem dæmi um brotala.



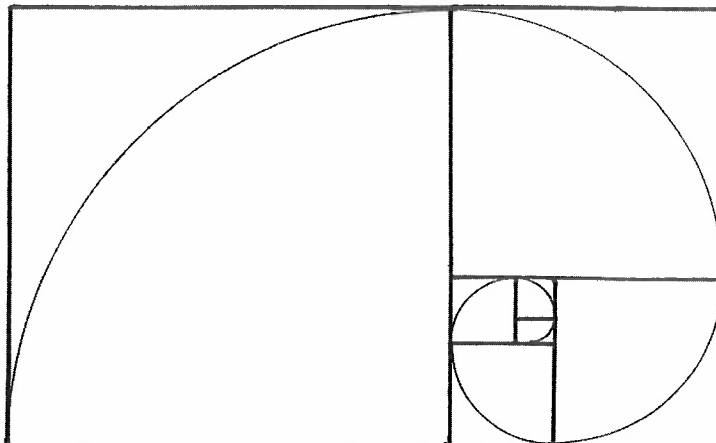
Efni: Karton, skæri og lím.

Gullinsnið

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- átti sig á stærðfræði í umhverfi sínu
- rannsaki hlutföll
- skapi myndverk á grundvelli stærðfræðilegra vangaveltna



Lýsing:

Nemendur kynnast hlutfallinu gullinsniði og hvernig það er notað við hönnun. Þeir skoða einnig hvernig það kemur fram bæði í rétthyrningum og þríhyrningum. Gott er að byrja á að biðja nemendur að teikna rétthyrning sem þeim finnst vera dæmigerður rétthyrningur. Hver og einn finnur síðan hlutfall milli breiddar og lengdar og niðurstöðum er safnað saman. Næst geta nemendur mælt rétthyrninginn hér fyrir ofan og fundið sambærilegt hlutfall. Voru einhver dæmi um gullinsnið í rétthyrningum nemenda?

Til umhugsunar:

Ýmsir hlutir í umhverfinu eru hannaðir á grundvelli gullinsniðs. Þar má nefna plastkort, A stærðir á pappír og ýmsar pakningar. Nemendur geta fengið það verkefni að finna nokkra slíka hluti. Einnig má skoða líkamann og mæla t.d. breidd og lengd andlits.

Nemendur geta búið til myndverk úr rétthyrningum sem hafa gullinsnið. Þeir geta klippt út úr lituðum pappír nokkra slíka og þakið með þeim flöt.

Nota má jafnhliða fimmhyrning og búa til stjörnu með því að strika hornalínur hans. Nemendur geta síðan mælt jafnarma þríhyrningana sem fram koma. Hvert er hlutfallið milli hliðarlengdanna?

Búa má til vefju með því að búa til rétthyrning með gullinsnið. Dæmi um stærð gæti verið 20 x 32,36 cm. Byrjað er á að afmarka ferning sem er 20 • 20 cm. Síðan er afmarkaður ferningur í rétthyrningnum sem eftir verður og þannig er haldið áfram þar til vefjan fer að sjást.

Myndbandið **Undraheimur stærðfræðinnar** fjallar mjög vel um hlutfallið gullinsnið. Því er tilvalið að sýna það með þessu verkefni. Víða í bókum er fjallað um gullinsnið, t.d. í **Grikkland ár og síð** og á veraldarvefnum er fjallað víða um það.

Hægt er að skoða vefju sem myndast þegar blað í hinu gullna sniði er brotið í minni og minni einingar á vefslóðinni:

<http://www.vashti.net/mceinc/unfold0.htm>

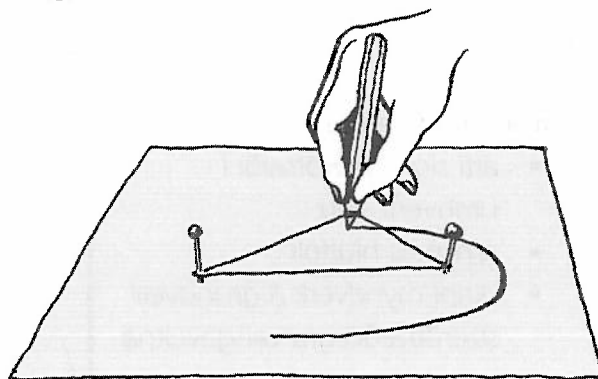
Efni: Litaður pappír, reglustikur, skæri og litir.

Sporbaugur

Aldur: Unglingastig

Markmið að nemendur:

- geri sér grein fyrir lögun sporbaugs
- geti teiknað sporbaug



Lýsing:

Sporbaugur er teiknaður á eftirfarandi hátt:

Tveimur prjónum er stungið í pappaspjald. Bilið milli prjónanna getur t.d. verið 10 cm. Band sem er t.d. um 25 cm að lengd er fest saman og látið yfir prjónana. Blýantur strekkir á bandinu og myndar þá bandið þríhyrning, þar sem hornpunktar eru prjónarnir og blýanturinn. Þannig draga nemendur sporöskjulagaðan feril. Nemendur þurfa að gæta þess að hafa bandið ætíð strekkt og einnig þurfa þeir að halda við prjónana.

Til umhugsunar:

Nemendur geta fundið miðpunkt sporbaugs og dregið hringferil frá sama miðpunkti. Þeir bera saman ferlana.

Efni: Prjónar, pappaspjald, band, blýantur og sirkill.

Hugmyndir að verkefnum

Listaverkið mitt

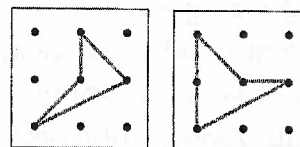
Nemendur geta fengið það verkefni að hanna og búa til þrívítt listaverk. Þeir þurfa að hafa aðgang að ýmiss konar efniviði, svo sem kartoni, trépinnum, hæsaneti og efnisbútum. Þeir búa síðan til lýsingu á verki sínu þar sem þeir eru hvattir til að beita þeim stærðfræðihugtökum sem þeir ráða yfir. Þar koma inn hugtök yfir form og einkenni þeirra, flutningar í tengslum við mynsturgerð og fleira.

Þrívíð form

Nemendahópurinn byrjar á því að finna út í sameiningu hvaða regluleg þrívíð form eru til. Nemendur vinna síðan í litlum hópum að því að búa til sýnishorn af formunum í tveimur stærðum til dæmis í hlutföllunum 1:3. Einkenni hvers forms eru skráð og einnig er greint frá hvernig hliðarlengdum og hæðum var breytt til að fá fram umbeðin hlutföll.

Ferhyrningar og aðrir hyrningar

Ferhyrningar eru fjölbreytilegir og skemmtilegt að rannsaka þá. Sumir hafa öll hornin rétt en aðrir ekkert. En hvað má finna marga ólíka ferhyrninga sem hafa eitt rétt horn og sem teikna má á níu punkta blað eða pinnabretti? Geta nemendur teiknað sex slíka ferhyrninga? Gæta þarf að speglun og snúningi. Nemendur geta einnig skoðað aðra hyrninga. Hver nemandi fær ferning með hliðarlengd 6



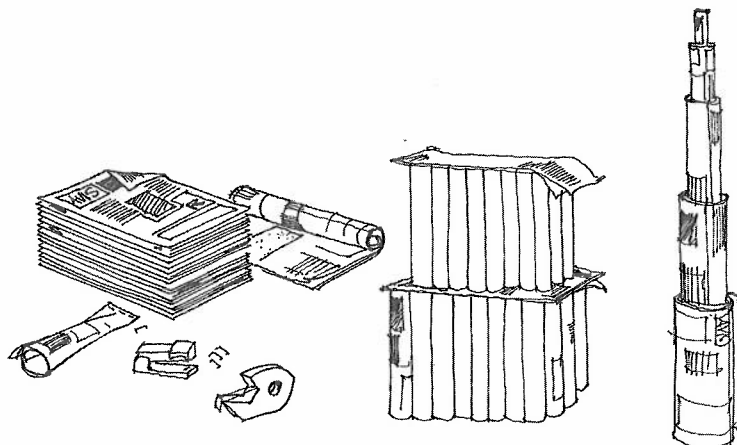
sentímetra. Af ferningnum er klipptur þríhyrningur þannig að langhlið hans fæst með því að klippa frá einu horni niður á miðja gagnstæða hlið. Nemendur finna út eins marga ólíka hyrninga og þeir geta með þessum tveimur formum. Í framhaldi af þessum verkefni geta nemendur rannsakað fjölda hornanna í hverjum hyrningi sem þeir hafa skráð og reynt að finna reglu fyrir fjölda þeirra.

Með einu klippi

Hvaða form má fá fram ef ferningur er brotinn í fernt og klippt? Klippa má miðjuna úr og sjá hvaða form gatið fær. Einnig má klippa af lausu endunum mismunandi þríhyrninga og skoða formin. Hvaða nýir möguleikar opnast ef ferningur er brotinn í fernt og litli ferningurinn sem þá myndast brotinn í tvennt þannig að þríhyrningur myndist?

Dagblaðturninn

Ætli nemendur geti búið til þriggja metra háan turn úr dagblöðum? Nemendur vinna saman í litlum hópum og fær hver hópur úthlutað jafnmiklu af dagblöðum til dæmis 30 stykki, málningarlímband og heftara. Sett er fram krafa um að turninn þurfi að geta staðið sjálfur.



Paradísargarðurinn

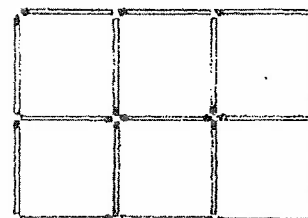
Nemendur fá það verkefni að hanna garð eins og þeir vildu helst heimsækja. Það gæti verið listigarður, leikvöllur, skemmtigarður, menningargarður, álfagarður eða hvernig garður sem er. Gefa má upp mál t.d. hálfan eða einn hektara. Nemendur teikna síðan upp loftmynd en einnig getur verið heppilegt að teikna einstaka hluti og tæki séð frá fleiri hliðum. Að lokum skrifa þeir lýsingu og eru þá beðnir um að horfa á garðinn sinn með stærðfræðigleraugunum sínum og beita stærðfræðifræðihugtökum.

Einkenni sívalninga

Nemendur geta byrjað á að velta fyrir sér hvað sé sameiginlegt með eldhúsrúllu og hitaveituröri. Þeir geta líka fengið safn mismunandi sívalninga og skoðað þá. Þeir geta fengið spurningar eins og: Hvernig má búa til sívalninga? Hvaða fleti hafa þeir? Hvað þarf mikið efni til að búa til dós sem tekur 250 millilítra?

Eldspýtnaprautir

Nemendur fá 17 eldspýtur og raða þeim í 6 ferninga (sjá mynd). Þeir eiga að taka 6 eldspýtur þannig að eftir verði tveir ferningar. Þeir eiga einnig að taka 6 eldspýtur þannig að eftir verði tvær ferningstölur.



Hvernig er hægt að skera kleinuhring í átta eins hluta með því að skera þrisvar?
Hvernig er hægt að skera kleinuhring í tólf ólíka hluta með því að skera þrisvar?

Teikning gegnum rúðuglæru

Nemendur fá rúðunet á glæru og velja sér viðfangsefni úr glugga kennslustofu sinnar eða úr öðrum gluggum í skólabyggingunni t.d. tré, hús, leikvöll. Þeir festa glæruna með rúðunetinu í gluggann, koma sér vel fyrir og teikna það viðfangsefni sem þeir hafa valið. Þetta verkefni er einnig kjörið heimaverkefni, þar sem meira úrval er af viðfangsefnum. Einnig er hægt að koma glærunni fyrir á glæran pappírshaldara og fara út til að teikna, en gæta verður að því að bil sé milli glærunnar og viðfangsefnisins.

Hornasummur reglulegra marghyrninga - þökun

Nemendur rannsaka hornastærðir og hornasummur reglulegra marghyrninga og skrá niðurstöður í töflureikni. Nemendur fá fyrst þrýstisþjöld (t.d. reglulegan þríhyrning, ferhyrning og fimmhyrning) og átta sig á því hvað það þýðir að marghyrningurinn sé reglulegur. Þeir mæla hornastærð og hornasummu þríhyrnings og nota sem leið við að finna hornastærðir og hornasummur annarra marghyrninga með því að draga hornalínur frá einu horni og skipta þeim í þríhyrninga.

Sett er upp tafla í töflureikni:

Gerð marghyrn.	Fjöldi horna	Fjöldi þríhyrninga	Hornasumma	Hornastærð
Þríhyrningur		1	180	$180/3 = 60$
Ferhyrningur				
Fimmhyrningur		3	$3*180$	

Nemendur rannsaka hvaða reglulegir marghyrningar þekja og hverjir ekki með þrýstisþjöldum. Er einhver samsvörun við niðurstöður töflunnar (hornastærð)?

Þetta verkefni undirstrikar hagnýtingu algebru í töflureiknum, þar sem nemendur setja inn formúlur sem reikna allar þessar stærðir miðað við gefnar forsendur.

Hver er hornastærð reglulegs fimmhyrnings? 12-hyrnings? 30-hyrnings? 100-hyrnings? Hver er almenn regla fyrir hornastærð reglulegs marghyrnings?

Listi yfir nefndar vefslóðir og margmiðlunardiska

Vefslóðir:

Flísalagnir í Thorvaldsenssafninu:

<http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/flise.htm>

Tangram og fleiri rúmfræðiþrautir:

<http://enchantedmind.com/newjava.htm>

LOGO forritunarmál — horn — stefnur — myndir:

<http://www.logo.com/index.html>

Eschers- mynsturgerð:

<http://www.khi.is/~solrun/namsefni/escher/welcome.htm>

Myndir og kort sem börn hafa búið til:

<http://www.c3.lanl.gov/mega-math/workbk/map/kidmaps.html>

Speglar og mynstur:

<http://www.ben2.ucla.edu/~permati/java/spaint/spaint.html>

Uppbygging styttunnar "Ganymedes með örn Jupiters" í Thorvaldsenssafninu:

<http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/iagt.htm>

Listaverk Thorvaldsens

<http://www.laer-it.dk/fag/mat/eks/thorvald/thorv.htm>

Hreyfing hvarfþunkta:

<http://forum.swarthmore.edu/workshops/sum98/participants/sanders/TryPersp.gsp.html>

Tölvulistaverk Victors Vasarely:

<http://www.fondationvasarely.com/>

Tölvulistaverk Sandor Kara

http://www.art-smart.com/s_kara/

Gullinsnið:

<http://www.vashti.net/mceinc/unfold0.htm>

Margmiðlunardiskar:

Töfraflísar gefið út af Námsgagnastofnun.

Bútar gefið út af Námsgagnastofnun.

Geometer's Sketchpad. Gefið út af Key Curriculum Press®, Inc.

Dagur stærðfræðinnar, 27. september 2000

Rúmfræði, verkefni og hugmyndir

Tekið saman af: Birnu Huguínu Bjarnardóttur, Guðbjörgu Pálsdóttur, Guðrúnu Angantýsdóttur, Matthildi Guðmundsdóttur, Meyvant Þórólffssyni, Sigrúnu Ingimarsdóttur og Þór Jóhannssyni.

Ljósmyndir: Guðbjartur Kristófersson (bls.33), Leif Kragh (bls.14) o.fl.

Hönnun og uppsetning skýringamynda: Ólafur Angantýsson.

Teikningar: Björk Ólafsdóttir og Jón Kristján Kristinsson.

Ritstjóri og ábyrgðarmaður: Guðrún Angantýsdóttir.

Útgefandi: FLÖTUR samtök stærðfræðikennara.

Hönnun og prentun: Prentsmiðjan Oddi hf. – F9578 (ágúst 2000).

Í riti þessu hefur verið reynt að velja viðfangsefni sem dýpka skilning nemenda á fjölbreytileika rúmfræðinnar og vekja spurningar meðal þeirra sem áhugavert er að vinna út frá. Bent er á margar áhugaverðar leiðir í rúmfræðikennslu, meðal annars mikilvægi þess að nýta vefslóðir og margmiðlunardiska í kennsluumhverfi nútímabarna. Vafalaust getur hver og einn tileinkað stærðfræðinni marga daga í lífi sínu, daga þar sem hugmyndir og tengsl ná að fléttast saman og mynda nýja þekkingu og daga þar sem frjó hugsun leiðir viðkomandi inn á nýjar og ókannaðar brautir. Það er okkar kennaranna að stuðla að því að sem flestir dagar verði að degi stærðfræðinnar í hugum nemenda okkar.

Vonandi verður Dagur stærðfræðinnar
aðeins varða á leið okkar.



FLÖTUR
samtök stærðfræðikennaða