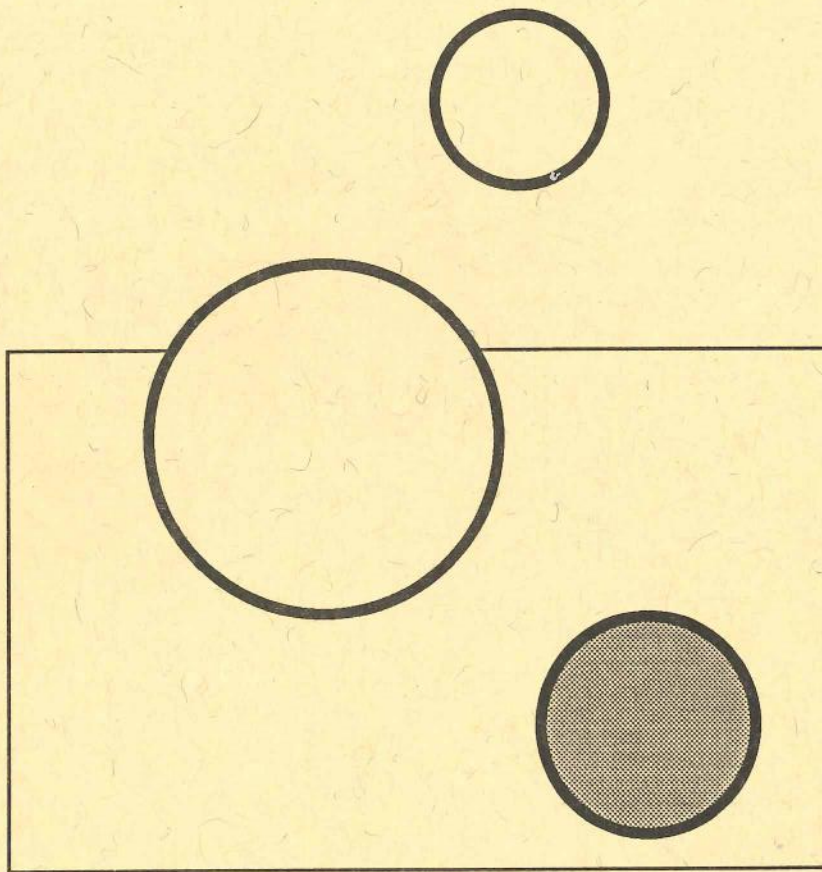


# FLATAR máí



1. tbl. 1. árg. maí 1993

Málgagn Flatar,  
samtaka stærðfræðikennara

  
KENNARA-  
HASKÓLI  
ÍSLANDS  
BÓKASAFN

DAGS.

13 MAR 1995

# Fylgt úr hlaði

Þá ertu kominn með frumburðinn í hendurnar. Alltaf skal það verða mesti atburðurinn þegar sá fyrsti kemur. Ég vil leyfa mér að vona að hann fái góðar móttökur og reyndar öll hans systkini þegar þar að kemur. Oft búa systkini yfir vissu ættarmóti en undantekningarlítið býr þó hvert og eitt yfir sínum eigin einkennum og töfrum. Eins er það með Flatarmálin. Þau munu bera viss sameinkenni en hvert tölublað mun hafa sínar áherslur. Ekki er það heldur ólíklegt að uppaldurnir slípist ögn við uppeldið eftir því sem lengra líður og þá má kannski búast við nokkuð annars konar börnum en nú lítur dagsins ljós.

Í hverju tölublaði munu verða nokkrir fastir þættir. Kennarar munu t.d. segja frá því sem þeir hafa reynt með nemendum sínum, verkefni verða kynnt, opnað er fyrir umræðu um það sem er í brennidepli og fylgst er með því sem kemur út af bókum á markaðnum jafnframt því sem sagt er frá atburðum sem varða stærðfræðikennara sérstaklega. Leitast verður við að hafa blöðin fjölbreytt að efnisvali þar sem saman fer fræðileg umfjöllun og hagnýt nálgun.

Flötur er fyrir kennara á öllum skólastigum. Í málgagni félagsins, Flatarmálum, verður leitast við að endurspegla það. Flatarmál eru vettvangur umræðna og skoðanaskipta. Greinarhöfundar bera ábyrgð á sínum skrifum og er öllum velkomið að skrifa í blaðið. Hvetur ritnefnd fólk til að láta í sér heyra. Jafnframt þætti okkur fengur að hvers kyns ábendingum.

Sólrún Harðardóttir

## FLATAR <sup>mál</sup>

### Útgefandi:

Flötur, samtök stærðfræðikennara, Pósthólf 181, 172 Seltjarnarnesi

### Ritstjórar og ábyrgðarmenn:

Guðbjörg Pálsdóttir og Sólrún Harðardóttir

### Stjórn Flatar:

Anna Kristjánsdóttir formaður, Örn Halldórsson varaformaður, Hanna Dóra Birgisdóttir gjaldkeri, Meyvant Þórólfsson ritari, Björn Bergsson meðstjórnandi, Jóhanna Eggertsdóttir og Valgerður Snæland Jónsdóttir í varastjórn.

### Prófarkalesari: Hanna Kristín Stefánsdóttir

1. tölublað er gefið út í 500 eintökum.

Fjölritunarstofa Daníels Halldórssonar sá um fjölföldun.

# Í upphafi ferðar

Anna Kristjánsdóttir

Flötur, samtök stærðfræðikennara, voru stofnuð 3. mars 1993 og eru stofnfélagar úr röðum kennara í grunnskólum, framhaldsskólum og háskólum. Í lögum er kveðið á um markmið samtakanna sem er fjórþætt. Þeim er ætlað að efla stærðfræðináms og -kennslu í íslenskum skólum, að stuðla að aukinni menntun stærðfræðikennara, að vera vettvangur umræðna um markmið og áherslur í stærðfræðinámsi og -kennslu í samræmi við þróun þjóðfélags, tækni og greinarinnar og að lokum að veita kennurum stuðning við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð.

Í öllum löndum stendur stærðfræðimenntun á tímamótum. Þróun tækninnar hefur undanfarin 20 ár haft sífellt meiri áhrif á það hvernig við reiknum og leysum ýmis önnur viðfangsefni á sviði stærðfræði. Í skólastarfi er þess farið að gæta að nokkru en við eigum enn margt ólært, einkum að nýta tæknimöguleika í meiri mæli til náms. Áhrifa stærðfræði gætir sífellt á fleiri sviðum í þjóðlífi og krafan vex um víðtækari tengingar í stærðfræðináminu og fjölþættari vinnubrögð. Rannsóknnum á sviði stærðfræðináms hefur fleygt fram undanfarið, einkum síðustu 15 árin og ekki síst rannsóknnum á því sem fram fer í almennri stærðfræðikennslu. Kennarar hafa oft verið lykilmenn í slíkum rannsóknnum. Afrakstur þeirra er víða farinn að hafa áhrif á stefnumótun og framkvæmdir. Óhætt mun að fullyrða að í sögu stærðfræðikennslu er hvergi að finna eins miklar breytingar og ört vaxandi þekkingu sem á síðasta áratug.

Tvö félög starfa þegar á vettvangi okkar. Annað er Íslenska stærðfræðafélagið sem er félag stærðfræðinga og nær til fjölmargra stærðfræðikennara í framhaldsskólum. Félagið varð nýlega, gegnum Alþjóðasamtök stærðfræðinga, formlegur aðili að International Commission for Mathematics Instruction sem eru megin-samtök á sviði stærðfræðimenntunar í heiminum. Hitt félagið er Félag raungreina-kennara sem nær einkum til kennara í eðlisfræði, efnafræði, stjörnufræði og stærðfræði. Félagar í því eru allir kennarar þessara greina í framhaldsskólum. Félagið á samstarf

við hliðstæð norræn félög. Bæði gefa félögin út fréttabréf.

Með stofnun Flatar er í fyrsta sinn í íslenskri skólasögu reynt að sameina stærðfræðikennara á öllum skólastigum í umræðu, samstarf og skrif um stærðfræðimenntun. Flatarmálin, tímarit okkar, munu gegna þar veigamiklu hlutverki. Stjórn Flatar vonast til að starfið verði öflugt og að samtökin muni eiga gott samstarf við þau félög sem fyrir eru og hér hafa verið nefnd.

Í nágrannalöndum eru víða starfandi samskonar samtök og Flötur og má reikna með að íslenskir kennarar þekki þau einkum gegnum tímarit sem þau gefa út en þau eru mörg keypt hér á landi. Færri vita e.t.v. um víðtæka fræðslustarfsemi þessara félaga, útgáfu ýmiss efnis fyrir kennara og áhrif þeirra á opinbera stefnumótun í stærðfræðikennslu. Flötur getur aukið tengsl íslenskra stærðfræðikennara við það sem gerist á vettvangi þessara félaga, m.a. með fréttaflutningi.

Stærðfræðimenntun sem fræðasvið hefur mótast og styrkst mjög síðastliðinn aldarfjórðung. Framhaldsnám kennara á þessu sviði og rannsóknir eru í vaxandi mæli farin að skila sér í skólastarfi gegnum stefnumörkun og breytingar á kennsluháttum og inntaki. Við Kennaraháskóla Íslands er nú unnið að undirbúningi framhaldsnáms til meistara-gráðu í uppeldis- og kennslufræðum og er þess vænst að þar muni á komandi árum verða hægt að bjóða stærðfræðimenntun sem áherslusvið fyrir þá sem í framhaldsnám sækja.

Megi stofnun Flatar verða til þess að efla umræður kennara um stærðfræðináms bæði innan skólastiga og þeirra í milli. Helming þess tíma, sem almennur nemandi ver til stærðfræðináms, er hann á barnastigi og því eru bekkjarkennarar mikilvægir stærðfræðikennarar, mikilvægari en margir gera sér ljóst. Samstarf þeirra, unglingsstígs-kennara og framhaldsskólakennara þarf til að tryggja eðlilega samfellu og framvindu í inntaki og kennsluháttum. Þetta eru allir sammála um. Nú er fenginn „Flötur“ fyrir þessa umræðu.

# Stærðfræðikennsla, í hverju er hún fólgin?

Bókasafn Kennaraháskóla Íslands er áskrifandi að fjölmörgum tímaritum um stærðfræðimenntun. Eitt þeirra er *for the learning of mathematics* sem er alþjóðlegt rannsóknatímarit. Í febrúar 1992 skrifaði Barbara Jaworski við University of Birmingham grein í tímaritið sem nefnist "Mathematics Teaching: What is It?" Ritnefnd *Flatarmála* þykir þetta áhugaverð grein og birtist hún hér þýdd og töluvert stytt.

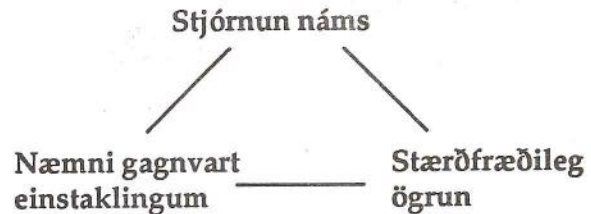
Með stærðfræðikennslu erubörnum sköpuð tækifæri til að læra stærðfræði. Í því felst m.a.:

- að útbúa námsumhverfi sem styður við stærðfræðináms
- að sjá til þess að í verkefnum felist hæfileg stærðfræðileg ögrun
- að hlúa að námsferli og vinnuaðferðum sem ýta undir stærðfræðináms.

Höfundur hefur sett fram líkan í kjölfar víðtækra rannsókna sinna á stærðfræðikennslu. Líkanið byggist á þrem ofangreindum þáttum. Það má nota til að lýsa innihaldsríkri og áhrifamikilli stærðfræðikennslu. Í flestum kennslustundum, sem fylgst var með, mátti greina þá þrjá þætti sem fram koma í líkaninu og virðast þeir geta varpað ljósi á og skýrt kennsluferlið. Dæmin, sem skýrt er frá hér í greininni, eru tekin úr þeim hluta rannsóknanna þar sem athugað var hvernig það reyndist í kennslu að láta nemendur rannsaka stærðfræðileg fyrirbæri og það tengt kenningum um það hvernig nemandi byggir upp eða smíðar þekkingu sína. Hér á eftir verður líkanið kynnt og einstakir þættir þess.

## Þrjúþætta kennslulíkanið

Megininntak í starfi stærðfræðikennara virtist koma fram í þrennu; stjórnun á námi, næmni gagnvart einstaklingum og stærðfræðilegri ögrun. Þetta er gagnlegt að aðgreina fræðilega, en á vettvangi er hæpið að gera ráð fyrir slíkri aðgreiningu. Í hverri kennslustund má greina atriði sem falla undir einhvern þessara meginþátta og skoða hvernig þeir tengjast.



**Stjórnun náms;** varðar sköpun námsumhverfis. Þar er átt við fyrirkomulag í skólastofunni og ákvarðanir um inntak námsins. Þetta snýst einkum um það hvernig ákveðnum vinnubrögðum er komið á í bekknum, hvernig fengist er við bekkjaranda eða viðhorf í bekknum og væntingar barnanna.

**Næmni gagnvart einstaklingum;** tekur til þess hvernig kennarinn eykur þekkingu sína á nemendum, sérkennum þeirra og þörfum, svo og vinnuaðferðum sem henta nemendum og eru í samræmi við þarfir þeirra. Þetta hefur áhrif á samskipti í bekknum og þar með bekkjarandann.

**Stærðfræðileg ögrun;** felur í sér örvun stærðfræðilegrar hugsunar. Má þar nefna hvatningu til nemenda til að varpa fram spurningum og leita svara við þeim. Þetta hefur bein áhrif á val og framsetningu viðfangsefna.

Hér er um að ræða fræðilega lýsingu á því sem upphaflega var samantekt niðurstaðna úr athugunum á vettvangi. Þetta líkan getur reynst öflugt tæki til að skilja það sem gerist í skólastofunni í stærðfræðitímum. Sýnt verður fram á hvernig hægt er að nota líkanið með því að rýna í nokkur atvik, sem athuguð voru á vettvangi.

## Stjórnun náms

Hvernig stjórnar kennarinn því hvaða nám á sér stað og hvernig það fer fram?

Í kennslustundum, sem höfundur sat hjá 14 ára nemendum, greindi hann ýmis atriði. Kennari lagði fyrir verkefnaþað. Fyrst bað hann nemendur að íhuga verkefnið hver fyrir sig. Þannig lagði kennarinn áherslu á hugsun sem hluta af vinnuferli. Síðan spurði hann hvort allir hefðu einhverja hugmynd? Þannig sýndi kennarinn að hann vænti þess að allir tækjust á við verkefnið. Eftir að hafa fengið svör frá nokkrum nemendum spurði hann hvort einhver væri með aðra hugmynd eða viðbót? Þannig reyndi kennarinn að færa hugsunina áfram en viðurkenndi um leið að eðlilegt væri að margir fengju svipaðar hugmyndir. Þetta sýnir að lítið er á þátttöku nemenda sem nauðsynlega og sjálfsagða. Þarna má sjá leið til að festa í sessi viss vinnubrögð og væntingar í bekknum.

Annað dæmi fjallar um hvernig kennarinn skapar svigrúm til að sinna einstaklingi, en gefur samtímis öðrum nemendum krefjandi viðfangsefni. Kennarinn kemur því til skila til nemendanna að hann ætlist til þess að þeir hugsi og hann skapar aðstæður til að sumir fari lengra í viðfangsefninu en aðrir og nemendur læri sjálfir að meta hvað hentar þeim. Mikilvægt er að benda á leiðir til að vinna, ekki bara útskýra hvaða viðfangsefni á að leysa, heldur einnig ræða leiðir til þess. Það þarf að fá nemendur til að skiptast á skoðunum um viðfangsefnið, spyrja spurninga og virða allar hugmyndir um leiðir til lausnar.

### Næmni gagnvart einstaklingum

Erfitt er að greina næmni kennara af því sem sagt er. Oft kemur hún frekar fram í tónfalli og framkomu en þeim orðum sem notuð eru. Þegar kennari nálgast viðfangsefni með nemendum má oft greina mikinn og einlægan áhuga og jafnframt umhyggju fyrir þeim. Kennarinn þarf í leiðbeiningum sínum við nemandann að tengja saman þekkingu sína á persónu nemandans og stærðfræðiþekkingu hans. Viðhorf kennarans til greinarinnar smitar mjög viðhorf nemandans. Hrifning kennarans á vinnu nemandans eykur sjálfstraust hans og örvar hann til að ráðast í verkefni sem ögra enn frekar.

### Stærðfræðileg ögrun

Í nær öllum kennslustundum, sem fylgst var með, var einhver stærðfræðileg ögrun, en á mismunandi stigi. Náin tengsl eru milli stærðfræðilegrar ögrunar og næmni kennara gagnvart einstaklingum. Til að veita nemanda hæfilega ögrun þarf kennari að hafa skýra hugmynd um hvers hann þarfnast og hvað hann ræður við.

Í 10. bekk var fengist við brot. Kennarinn ræddi

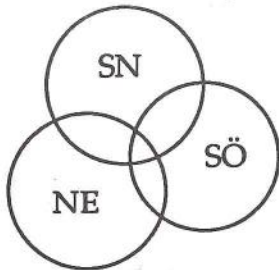


við nemanda, sem var að fást við námundun. Nemandinn tók eftir því að í lotubundnum tugabrotum varð oft breyting í endinn eins og þegar hann breytti  $\frac{2}{3}$  í tugabrot var það ýmist skrifað 0.667 eða 0.66667 eða 0.666666667 þótt ekkert væri nákvæmt. Kennarinn sagði seinna að hann hefði viljað ræða við nemandann um það hvernig gildin urðu sífellt nákvæmari en var ekki viss um hve mikið nemandinn skildi. Átti kennarinn að skilja nemandann eftir þar sem hann var eða átti að ýta nemandanum áfram, til dæmis fá hann til að bera saman  $\frac{2}{3}$  og 0.67 eða 0.9999....., og 1? Það hefði getað aukið skilning hans, en gæti líka verið of mikið fyrir nemandann að takast á við á þessu stigi. Oft er erfitt fyrir kennara að finna hæfilega ögrun. Það er kennarinn sem verður að meta hvað hentar. Of mikil ögrun skapar óöryggi og getur þýtt að nemandinn verður að endurskapa þá hugsun sem hann hafði á valdi sínu. Of lítil ögrun þýðir hins vegar að nemandinn nær styttra en hann hefði getað með hjálp kennarans. Vitund um það hvar nemandinn stendur og hvert hann getur náð byggist á þekkingu á honum. Þess vegna verða

stærðfræðileg ögrun og næmni gagnvart einstaklingnum aldrei aðskilin.

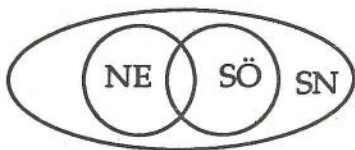
### Ímynd kennslulíkansins

Hinir einstöku þættir líkansins koma ekki einangraðir fram í kennslustundum. Í upphafi gerði höfundur sér eftirfarandi mynd:



SN: Stjórnun náms  
NE: Næmni gagnvart einstaklingi  
SÖ: Stærðfræðileg ögrun

Í athugunum virtist hver þáttur vera jafnvægur hinum en skarast við þá. Þegar einn kennaranna, sem fylgst var með, var spurður stakk hann upp á öðru líkani:



Hugmynd um þrívítt líkan kom einnig fram hjá einum kennara. Frekari skoðun gæti leitt í ljós að ímyndin sé breytileg frá kennara til kennara. Ímyndin er aðeins gagnleg ef hún hjálpar til við að greina þræðina, samband milli grunnatriða, og er gagnleg til að lýsa kennslustundum. Líkanið hefur með góðum árangri verið notað sem greiningartæki og reynsla kennara af að nota það til að ræða kennslu sína og kennslu-aðstæður, er jákvæð.

### Kenning um hugsmíði

Hugmyndir höfundar um kennslu grundvallast á þeirri skoðun að einstaklingur sé sjálfur virkur við að byggja upp þekkingu sína en taki ekki aðgerðalaus á móti henni frá umhverfi sínu. Einnig felst í þessari skoðun að nám, eða það að öðlast vitneskju, sé aðlögunarferli þar sem einstaklingur reynir að átta sig á eigin reynslu og draga ályktanir af henni. Í námi felst ekki að uppgötva óháðan heim sem til er utan hugar nemandans.

Af þessu leiðir að hafnað er þeirri hugmynd um kennslu að þekking flytjist þar óbreytt frá einum einstaklingi til annars en hugmyndir um slíkt birtast t.d. í athugasemdum eins og „Ég náði þessu ekki alveg.“

Með þessu er því þó ekki hafnað að til sé sameiginleg þekking manna. Með því að deila með öðrum þekkingu, ræða og komast að samkomulagi getur sú merking sem einstaklingur leggur í viðfangsefni, sem glímt er við, slípast eða breyst nokkuð og menn færst nær sameiginlegum skilningi.

Kenningin um hugsmíði einstaklingsins viðurkennir að nám sé stöðugt ferli þar sem leitað er að merkingu og að sameiginleg þekking sé til orðin fyrir „samningaviðræður“ og samruna þess sem einstaklingar lögðu til.

Í skólastofu má sjá hvernig nemendur leita merkingar og kennarar styðja þá - ekki handahófskennt heldur markvisst. Þar sem það er hlutverk kennarans að hafa áhrif á hugsmíði nemandans þarf hann að skapa æskilegar aðstæður í námsumhverfi og eiga bæði leiðir til að átta sig á nemandanum sem persónu og þeirri hugsmíði sem hann glímur við.

### Að skoða kennslu

Mörgum kennurum reynist erfitt að kenna samkvæmt eigin sannfæringu t.d. að þróa stærðfræðilega hugsun nemandanna. Sama má segja um stærðfræðilega umræðu, sem margir kennara vilja fá fram, en ná ekki. Vandinn felst í að auðvelt er að tala um gildi slíkra umræðna, en erfiðara er að sjá hvað þarf að gera til að fá þær fram. Í rannsókninni, sem hér er greint frá, var starfsvettvangur skoðaður, mikilvægir þættir greindir frá fræðilegu sjónarhorni og sett fram kennslulíkan í ljósi þess sem fram kom.

### Kennslulíkanið og kenningin um hugsmíði

Nemendur eru sjálfir virkir í smíði eigin þekkingarog vinna þar úr reynslu sinni. Kennari þarf að geta haft áhrif á þetta starf. Í rannsóknunum kom vel í ljós að sá möguleiki er fyrir hendi.

Stjórnun néms opnar leið til áhrifa, næmni gagnvart einstaklingum eykur skilning kennara á þeim og opnar tækifæri til markvissra samskipta og stærðfræðileg ögrun getur átt sér stað á aðlaðandi og örvandi hátt. Þessir þættir eru samfléttaðir. Góð stjórnun byggist á næmni. Ögrun getur nemandi ekki mætt ef hún er ekki við hæfi eða aðtæður til að vinna úr henni eru ekki fyrir hendi. Til að auka stærðfræðilegt afl

nemandans nægir ekki næmni kennarans ein, ögrun þarf einnig að koma til. Með því að athuga hvernig nemandinn bregst við ögrun fær kennari innsýn í þekkingarkjarna nemandans, skilning hans.

Höfundur telur að kennslufíkanið sé ekki aðeins tæki til að lýsa kennslu heldur bjóði það einnig upp á nálgun í kennslu sem samræmist kenningunni um hugsmíði.

## Fréttir af stofnfundi

Stofnfundur Flatar var haldinn 3. mars síðastliðinn í Kennaraháskóla Íslands. Eins og frá er greint í lögum er markmið félagsins:

- a) að efla stærðfræðináms og -kennslu í íslenskum skólum,
- b) að stuðla að aukinni menntun stærðfræðikennara,
- c) að vera vettvangur umræðna um markmið og áherslur í stærðfræðinámi og -kennslu í samræmi við þróun þjóðfélags, tækni og greinarinnar,
- d) að veita kennurum stuðning við að takast á við ný og breytt viðfangsefni og vinnubrögð. Þessum markmiðum hyggst félagið ná:
  - a) með samstarfi við menntastofnanir kennara og aðra þá sem halda uppi fræðslustarfi fyrir kennara,
  - b) með því að efna til fræðslufunda, námskeiða og ráðstefna eitt sér eða í samvinnu við aðra,
  - c) með því að efla samstarf íslenskra stærðfræðikennara á öllum skólastigum,
  - d) með því að leita tengsla við stærðfræðikennara og samtök þeirra erlendis,
  - e) með útgáfustarfsemi svo sem útgáfu tímaritsins Flatarmála.

Eftirtaldir voru kosnir í stjórn:

Anna Kristjánsdóttir, prófessor við Kennaraháskóla Íslands, *formaður*  
Örn Halldórsson, aðstoðarskólastjóri við Grandaskóla, *varaformaður*  
Meyvant Þórólfsson, námstjóri í menntamálaráðuneyti, *ritari*  
Hanna Dóra Birgisdóttir, kennari við Mýrarhúsaskóla, *gjaldkeri*  
Björn Bergsson, kennari við Menntaskólann við Hamrahlíð, *meðstjórnandi*  
Jóhanna Eggertsdóttir, kennari við Hólabrekkuskóla, *varamaður* og Valgerður S. Jónsdóttir, sérkennslufulltrúi Fræðsluskrifstofu Reykjaness, *varamaður*.  
*Endurskoðendur* voru kosnir:  
Guðný Helga Gunnarsdóttir, kennari við Æfingaskóla Kennaraháskóla Íslands og Haukur Svavarsson, kennari við Snælandsskóla.

Í ritnefnd voru kosnar:

Guðbjörg Pálsdóttir, kennari við Æfingaskóla Kennaraháskóla Íslands og Sólrún Harðardóttir verkefnisstjóri í gagnasmíðju Kennaraháskóla Íslands og kennari við Grandaskóla.

# Námskrárþróun og námsmat

Meyvant Þórólfsson

Námskeið um námskrárþróun og námsmat átti sér nokkuð langan aðdraganda. Umræður um þörf á slíku námskeiði hófust haustið 1991. Þá kom m.a. ósk úr röðum kennara um að komið yrði á einhvers konar námskeiði eða námstefnu um námsmat á skilum skólastiga. Óskað var eftir stuðningi eða beinni þátttöku Endurmenntunardeildar KHÍ, Endurmenntunarfundunar HÍ og menntamálaráðuneytisins. Það varð úr að þessar þrjár stofnanir stóðu saman að námskeiðinu. Fjótlega kom í ljós, að mönnum fannst þörf á að afmarka viðfangsefnið við ákveðin stig í skólagöngunni þ.e. síðustu ár grunnskólans og fyrstu ár framhaldsskólans. Einnig þótti þörf á að skoða betur forsendur námsmatsins, þ.e. markmið, inntak, efnisþætti, kennslu og kennsluáferðir. Og loks töldu menn þörf á að afmarka verkefnið við bóknámsgreinar þ.e. íslensku, stærðfræði og erlend tungumál.

Niðurstaðan varð sú að námskeiðinu var skipt í þrennt hvað tímasetningu snerti og það

afmarkaðist við framangreindar bóknámsgreinar. Þannig var haldið vikunámskeið um námskrárþróun, skipulag náms og kennslu í ágúst 1992, síðan var unnið að ýmsum verkefnum veturinn 1992 til 1993 og loks er stefnt að 5 daga námskeiði í ágúst 1993 um námsmat. Á námskeiðinu nú í sumar verða kennarar allra greinanna saman fyrstu tvo dagana. Þar verður fjallað um almenna þætti í námsmati og próffræði. Síðustu þrjú dagana verða kennarar í hverri grein sér og fjalla um námsmat í sinni grein. Í stærðfræði verður fjallað um nýjungar í námsmati í samhengi við breytt viðhorf til stærðfræðináms og einnig verður fjallað um prófgerð og úrvinnslu.

Markmið námskeiðsins er að auka tengsl og samfellu milli skólastiga hvað þróun námskrár og námsmats snertir, kynnast helstu stefnum og straumum í nágrannalöndum og að efla þróun náms og kennslu í áður nefndum greinum með tilliti til þróunar í samfélaginu.

## Myndefni og tölvuforrit

Anna Kristjánsdóttir

Dagana 18.-26. ágúst n.k. verður haldið í Kennaraháskóla Íslands námskeið fyrir stærðfræðikennara 7.-10. bekkjar og stærðfræðikennara á fyrstu árum framhaldsskólans (skilyrði fyrir þátttöku er a.m.k. þriggja ára starfeyrnsla á þessu aldursskeiði). Á námskeiðinu verður fjallað um áherslur í stærðfræðinámi þar sem tekið er mið af tækniþróun og framþróun síðari ára í stærðfræðimenntun. Meðal markmiða námskeiðsins er:

\* Að gefa reyndum kennurum kost á grundvallarnámskeiði þar sem myndefni, vasareiknar og tölvubúnaður er notað í eðlilegu samhengi við viðfangsefni í stærðfræði.

\* Að fjalla um og reyna í verki fjölþættari vinnubrögð en kennurum eru almennt töm og að flétta námsmat inn sem lið í námi.

\* Að taka til skoðunar hvernig og í hvaða mæli stærðfræði fléttast inn í umfjöllun annarra námsgreina og hvernig unnt sé að vinna að samþættum verkefnum þannig að stærðfræðin sé auðsæ og jafnframt verðug áttaks.

Á námskeiðinu verður unnið með heildstæð viðfangsefni í stærðfræði þar sem myndefni (skyggjur, myndbönd, teikningar, gróf) falla eðlilega inn í vinnu nemenda. Reynt verður að velja viðfangsefni sem tengjast öðrum námsgreinum á margvíslegan hátt. Á sama hátt verður athugað hvernig nota má tölvubúnað til að auka skilning nemenda á þeim viðfangsefnum sem fengist er við í stærðfræði og nota búnaðinn í stærðfræðinámi fremur en samhliða því.

Til að fá raunhæfari umfjöllun verður unglingum 13-17 ára boðið að taka þátt í námskeiðinu þrjú hálf daga en á þessu stigi er ekki unnt að segja hve margir hafa áhuga á slíku. Aðsókn 7-13 ára nemenda undanfarin ár hefur verið miklu meiri en unnt hefur verið að taka á móti.



# Undir berum himni

Þór Jóhannsson

## Góðviðri

Það hafði rignt í nokkra daga. Þá brast á með sólskini og blíðu. Nemendurnir áttu erfitt með að einbeita sér og kennsluskipulagið fór úr skordum. Ég ákvað að nota tækifærið og leggja fyrir verkefni utan dyra sem nemendur mínir áttu sjálfir að bera ábyrgð á. Þeir áttu að útbúa áætlun og framkvæma hana.

## Út og suður, norður og niður!

Ég skráði fimm spurningar sem hver um sig var eitt verkefni:

1. Hvað er sparkvöllurinn stór?
2. Hvað eru mörg göt á vírnetinu í kringum sparkvöllinn?
3. Hvað eru margar rúður í skólanum?
4. Hvert er ummál nýju skólaálmunnar?
5. Hvað stendur skólinn hátt yfir íþróttavellinum?

Við höfðum verið að grúska í metrakerfinu, mælingum og flatarmáli ferhyrninga. Fyrst ætlaði ég að athuga hvernig nemendur mínir myndu yfirfæra þekkinguna „út í umhverfið“ og hvernig þeir myndu tengja þessa þætti. Í öðru verkefninu ætlaði ég að athuga hvort vinna með regluleika og notagildi margföldunar skilaði sér þar sem girðingunni er haldið uppi af staurum með ákveðnu millibili og götin á netinu radast mjög reglulega. Sama á við um þriðja verkefnið. Fjórða verkefnið er hugsað sem mælingaverkefni og þrautin sú að átta sig á því að nóg er að mæla tvær hliðar þar sem álman er rétthyrndur ferhyrningur. Skólinn stendur á hæð og snarbrött hlið niður á völlum. Tröppur liggja frá skólahúsinu langleiðina niður á enda vallarins. Aðaláherslan er á vinnuferlinu þ.e. að leggja á ráðin og framkvæma. Ég valdi að byrja á tveimur verkefnum þ.e. götunum á vírnetinu og vellinum.

## Að skrá og skipuleggja

Ég útbjó eyðublað með spurningum sem nemendur áttu að ræða og svara áður en þeir færu út.

## Um HVAÐ er verið að spyrja?

Hvernig ætlar þú að komast að því?

Þarftu einhver hjálpartæki til að leysa verkefnið?

Ertu viss um að geta leyst verkefnið á þennan hátt?  
Giskaðu á útkomuna.

Og eftir að þeir kæmu inn:

Tókst þér að leysa verkefnið? (Ef ekki hvað var að?)

Hefði verið hægt að vinna þetta öðruvísi?

Hver var niðurstaðan?

Bekknur var skipt í þriggja manna hópa. Ég dreifði eyðublaðinu. Hver hópur átti að kynna niðurstöður sínar að lokinni útivinnu. Allir tóku með sér vasareikni en einn hópur tók langa reglustiku með sér. Tímatakmörk voru engin.

## Spönn, skref, hænuskref eða metri

Í hópumræðum kringum eyðublaðið kom fram að nemendur ætluðu að nota mælieiningar af ýmsum gerðum, t.d. spönn, skref og hænuskref. Einn hópurinn, þessi með löngu reglustikuna, talaði um metra. Þarna gafst tækifæri til að ræða um gildi alþjóðlegra mælieininga svo og um gildi skipulagningar og skráningar þar sem tveir hópar ruku af stað með vasareikna án skriffæra og áætlunarinnar.



## Allir leystu verkefnið

Ákafi skein úr hverju andliti þegar hóparnir tindust inn. Þeim hafði tekist að leysa verkefnin. Fyrsti hópurinn mældi í skrefum. Einn úr hópunum mældi. Hinir skráðu fjölda skrefa og mældu skreflengdina hjá skrefaranum. Mælingunni var síðan breytt í metra og sentimetra. Annar hópurinn notaði hænuskref og skiptust nemendur á að "skrefa" allar hliðar vallarins. Krakkarnir mældu út að miðju og margfölduðu síðar með tveimur. Þeir gáfu stærðina upp sem ummál í hænuskrefum. Þriðji hópurinn mældi í skrefum og ætlaði að svara spurningunni um stærð sparkvallarins með því að mæla þvers og kruss og langs. Hann talaði í skrefum og gerði öllum mælingunum góð skil. Hópurinn með reglustikuna mældi lengd og breidd og gaf upp sínar niðurstöður í metrum.

## Heimur námsbóka og heimur hversdagsins

Enginn svaraði fyrstu spurningunni með því að gefa málin upp í fermetrum. Samt var stutt síðan við höfðum rætt um flatarmál og flatarmálsútreikninga. Getur verið að bóknámið sé svona einangrað fyrirbæri? Margir vissu að talað væri um stærðir íbúða í fermetrum en færri vissu að þar væri átt við stærð gólf-flatarins. Þarna eru skil á milli reynslu í daglegu lífi og vinnu með verkefni í námsbókum. Eftir mjög skemmtilegar umræður spurði ég hvort hægt væri að setja upplýsingarnar fram í „ferskrefum“, „ferhænuskrefum“ og fermetrum. Þau virtust skilja gildi þess að hafa mælieiningar alþjóðlegar. Tölurnar í niðurstöðunum voru ekki þær sömu en talið var að allir væru einhvers staðar nálægt rétttri niðurstöðu.

## Hvernig átti að gera?

Umræður voru leyfðar meðan á kynningu stóð. Í ljós kom að allir hóparnir notuðu hver sína aðferð við að svara spurningunni um stærð sparkvallarins. „Hvernig átti að gera?“ spurði einn nemandinn. Krakkarnir voru greinilega ósáttir við að vera með mismunandi útfærslur á sama viðfangsefninu. Eftir miklar umræður virtust þau sátt. Í þeirra huga hlaut sá að fá ranga niðurstöðu sem fór öðru vísi að. Hvaðan koma slík viðhorf? Ætli þetta sé svona í öðrum námsgreinum?

## Kennarinn vissi ekki svarið!

Í umræðum kom fram að ég hafði ekki hugmynd um rétta svarið við spurningunni. Ég hafði aldrei mælt völlinn. „Til hvers varstu þá að láta okkur gera þetta?“ Ég lét nemendur fara rólega í gegnum það sem þeir höfðu gert og benti þeim á nauðsyn þess að vera fær um að leysa alls kyns verkefni sjálfstætt. Þeir urðu undrandi á því að það væri stærðfræði að geta valið sér rétt hjálpargögn til að leysa „dæmi“. „Verður það dæmi á prófi“ spurði einhver.

## „Að skrefa svona og svo svona“

Mér fannst bæði átakanlegt og aðdúnarvert hvernig hóparnir skiluðu af sér. Allir teiknuðu völlinn á töfluna um leið og þeir útskýrðu hvar og hvernig mælt var. Orðaforðinn var takmarkaður. Þar sem krakkarnir studdust við teikningu var framkvæmdinni að mestu lýst með orðunum „mæla svona“ eða „skrefa svona“. Völlurinn virtist hvorki hafa lengd né breidd. Börn þurfa greinilega að fá fleiri tækifæri til að nota stærðfræðileg hugtök í samskiptum.

## Ýmis ávinningur

Hvað kom mest á óvart? Venjulega eru nemendur að vinna, hver fyrir sig í sína bók (hver á „sínunum stað“ í bókunum) milli þess sem ég er með innlagnir á ákveðnum atriðum. Í verkefni sem þessu fæ ég tækifæri til að fylgjast með úr ákveðinni fjarlægð og get jafnframt komið inn í vinnuferlið hjá hverjum hópi með spurningar. Eitt af aðalmarkmiðum með þessum verkefnum er vinnuferlið sjálft þ.e. að nemendur öðlist færni og áráðni til að leysa hversdagsleg verkefni þar sem enginn veit fyrirfram hvernig best er að taka á þeim eða hver niðurstaðan verður. Það er óvissan um framvinduna og ábyrgðin á vinnuferlinu sem drífur krakkana áfram. Þeir voru mjög einbeittir og ákveðnir í vinnuferlinu frá upphafi til enda. Þeim var mjög annt um sína útfærslu.

## Útistærðfræði

Strax að loknu fyrsta verkefninu tókum við til við það næsta. Þegar ég kynnti það kallaði einn drengurinn upp: „Er útistærðfræði aftur?“ Þar með var komið nafn á þessar uppákomur okkar. „Útistærðfræði á diskinn minn“, heyrðist einn raula við sjálfan sig um daginn.

# Þrautalausnir í MH

Lárus H. Bjarnason

Vorið 1992 gerði ég tilraun með nýjan stærðfræðiáfangu í Menntaskólanum við Hamrahlíð. Undirtitill áfangans var „þrautalausnir“ og var hann opinn þeim sem lokið höfðu a.m.k. tveimur áföngum í stærðfræði. Eftirfarandi tilvitnun í námsáætlun gefur nokkra hugmynd um innihaldið:

... Viðfangsefnið er þrautir af ýmsu tagi sem þó eiga það sammerkt að teljast til stærðfræði. Þær er ekki að finna á neinum einum stað en verða látnar í té á dæmablöðum eftir því sem þurfa þykir. Kennslubók er engin en farið verður yfir efni tengt þrautunum eftir því sem tilefni gefst, m.a. frumatriði talnafræði og rúmfræði. Ykkar er að glíma við þrautirnar og þjálfa með því rökrétta hugsun, skýrleika og nákvæmni í framsetningu. Hluta kennslustundanna verður varið í að þið gerið hvert öðru grein fyrir lausnum einstakra verkefna

Áfanginn var tveggja eininga, kenndur tvisvar í viku tvo tíma í senn. Þegar blaði með nýjum þrautum var dreift hafði ég gjarnan þann háttinn á að láta þátttakendur skiptast í litla hópa sem hver einbeitti sér að einni þraut öðrum fremur. Í næsta tíma væri svo hópurinn ábyrgur fyrir að skýra uppgötvanir sínar fyrir öllum öðrum uppi við töflu. Þetta reyndi ég þó að hafa sem mest laust við

þvinganir, þ.e. enginn var neyddur til að vinna í hóp og verkefnavalinu stýrði ég ekki að öðru leyti en því að reyna að láta allar þrautirnar ganga út. Skilyrði var þó að ekki væru alltaf þeir sömu sem kæmu upp að töflu til að útskýra; í lokin urðu allir að hafa staðist þá eldraun. Ennfremur ætlaðist ég til þess að allir leystu sjálfstætt sumar léttari þrautirnar og skiluðu skriflega. Áfanganum lauk með prófi sem var að verulegum hluta lesið. Hér koma fáein sýnishorn þrauta:

\* Hve marga pizzubita (ekki endilega jafnstóra) er unnt að fá úr hringlaga pizzu með því að skera 5 beina skurði? Hvað með 10 skurði? En n skurði?

\* Hugsum okkur að sérhver punktur í hnitakerfinu sé litaður annaðhvort rauður eða blár. Er þá öruggt að til séu fjórir punktar í sama lit sem mynda rétthyrning?

\* Hver er minnsta náttúrulega talan, skrifuð aðeins með tölustöfum 0 og 1 í tugakerfi, sem 225 gengur upp í?

\* Er það satt að fyrstu 1992 aukastafir tölunnar  $(6 + 35)^{1992}$  séu allir 9?

\* Prestur var eitt sinn á gangi ásamt djákna sínum og mættu þeir þremur mönnum. Þá segir presturinn við

djárnann: „Sé aldur þeirra margfaldaður saman er hann 2450 en samlagður aldur þeirra er tvöfaldur aldur þinn“. Eftir nokkra umhugsun



segir djákni: „þetta er ekki nóg“. „Nei, það er rétt“ svarar presturinn og bætir við: „þeir eru allir yngri en ég“. Að þessum orðum töluðum gat djákninn reiknað dæmið. Sýnið nú að þið séuð engir eftirbátar djáknans með því að reikna út aldur þeirra fimm sem við sögu komu.

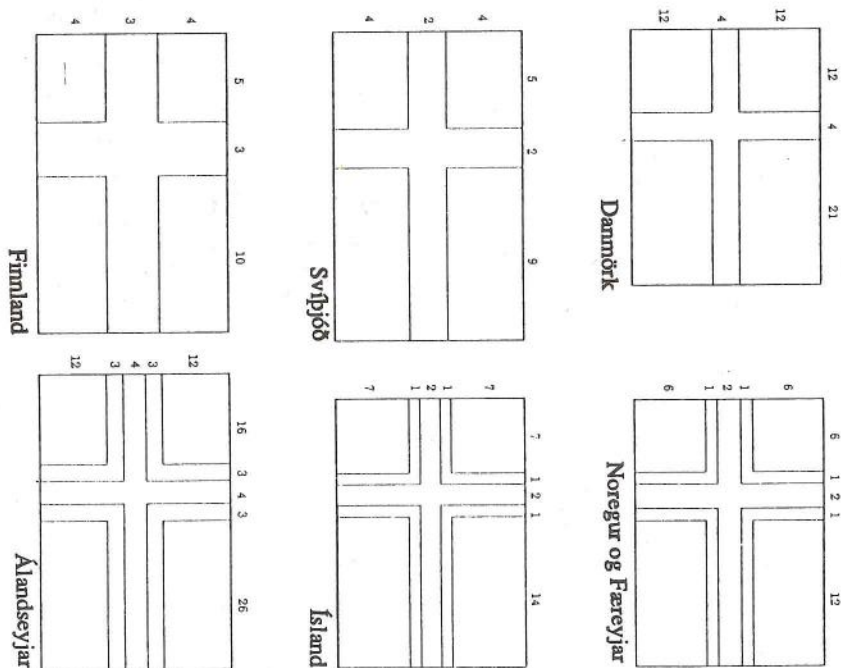
Í bland við þrautirnar tók ég fyrir fáein brot úr sögu stærðfræðinnar, bæði frásagnir af merkjum stærðfræðingum og vandamál (skiljanleg leikmönnum) sem skipt hafa máli fyrir þróun hennar. Ennfremur sagði ég frá, eftir því sem færi gafst og ég hafði þekkingu til, „einföldum“ þrautum sem atvinnustærðfræðingar þessarar aldar hafa glímt við. Sem dæmi um þetta get ég nefnt það að „ferninga“ rétthyrning eða fering þ.e.a.s. að raða saman mismunandi feringum með heiltöluhliðar þannig að saman myndi þeir einn stóran rétthyrning eða fering. Eitt er að mynda slíka flatarmynd, annað að hafa hana úr sem fæstum hlutum. Árið 1939 var gefið dæmi

um fering myndaðan úr 55 ólíkum feringum, en þetta var ekki leyst til fulls fyrr en 1978 er sýnt var dæmi um 21 fernings fering og jafnframt sannað að ekki væri hægt að komast neðar. Rétthyrningurinn er auðveldari viðfangs; til eru 9 ferninga rétthyrningar. Má ekki bjóða lesandanum að spreyta sig? (Sá stærsti af þessum 9 þarf ekki að vera nema 18x18)

Mín tilfinning er að þátttakendur hafi uppskorið nokkra ánægju erfiðis síns og jafnframt haft af nokkurt gagn og víst er að orðspor áfangans er ekki verra en svo að nú þegar hann verður boðinn öðru sinni er útlit fyrir að þátttakendur verði mun fleiri en fyrr. Þess má svo geta að lokum að kveikjan að þessari tilraun var námskeið í “Geometry and Problem Solving” (ekki síst ætlað verðandi stærðfræðikennurum) sem ég sótti í háskólanum í Waterloo í Ontariófylki í Kanada.

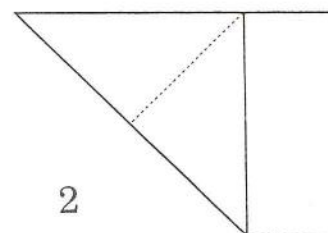
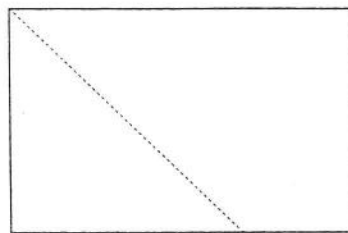
## Fánar

Það getur verið skemmtilegt að vinna með fána. Þar kemur til fjölbreytileiki lita og mynstra jafnframt því sem oftast eru táknrænar merkingar á bak við útlit hvers fána. Í verkefnasafninu *Matematik over alle grænser* er lýst þemaverkefni um fána. Norrænu fánarnir eru í mismunandi hlutföllum ótrúlega, eins og sjá má hér að neðan. Myndirnar má nota til þess að bera saman hvað er líkt og hvað er ólíkt með fánunum. Auðvitað er tilvalið að lita myndirnar.

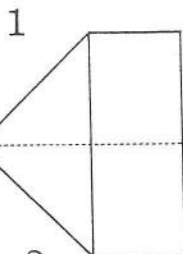


Hér er lýst leið til þess að búa til réttan kross í norrænan fána

1. Bláð í hlutföllum tiltekins fána. Brjóta á eins og brotalínan sýnir.

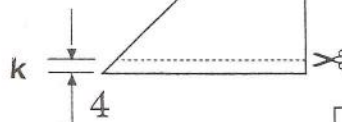


2. Því næst er brotið á þennan veg.

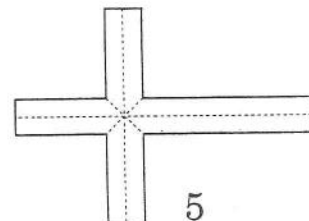


3. Og loks eftir miðju.

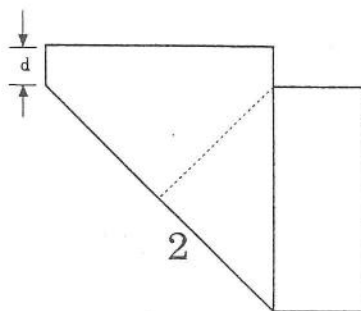
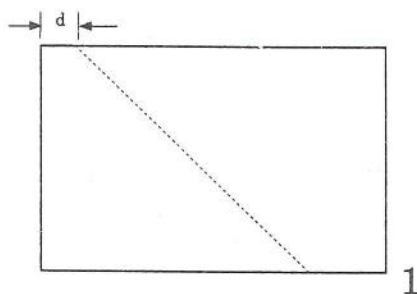
4. Klippa á eftir langhliðinni eins og brotalínan sýnir. k er hálf breidd krossins.



5. Tilbúinn



Hérna er sýnt hvernig á að byrja ef fáninn er ekki með ferningsreit í vinstra horni efst. d er mismunurinn á milli lengdanna í þessum reit. 3. 4. og 5. skref verða svo eins og að ofan.



### Um íslenska fánann

Árið 1944 voru samþykkt núgildandi lög um íslenska fánann. Mjög strangar reglur gilda um meðferð hans. Hann má t.d. ekki snerta jörð þegar hann er færður af eða á fánastöng. Brjóta á hann saman á ákveðinn hátt, og sé hann settur á vegg, ræðupúlt o.s.frv. eru mjög skýrar reglur um hvernig það er gert. Einnig eru sérstakir lögskipaðir fánadagar. Litir íslenska fánans tákna haf, ís og eld.



Annað sem mætti vinna með:

- Er skólafáninn örugglega réttur?
- Fáni búinn til í mismunandi stærðum.
- Hvenær á að flagga? - Reglur um fánann.
- Fánaþemað tengist óneitanlega umfjöllun um þjóðir og lönd. Það eru ýmsar upplýsingar sem geta orðið uppspretta stærðfræðilegrar vinnu. Þar má nefna staðsetningu landsins, flatarmál þess, íbúatölu, einkennisnúmer bifreiða, þjóðartekjur, gengi o.s.frv.
- Fánaferð - Fánar sem verða á vegi barnanna skoðaðir
  - þjóðfánar
  - fánar fyrirtækja og stofnana
  - fánar félaga
- Fáni bekkjarins eða skólans hannaður
- Er einhver fánanna með gyllt hlutfall? - Hversu nálægt komast þeir?

# Leshópur

Viðtal við Sigríði Ragnarsdóttur

Í vetur hefur verið starfandi leshópur á vegum Endurmenntunardeildar Kennaraháskóla Íslands undir stjórn Önnu Kristjánsdóttur. Hópurinn hefur lesið saman og rýnt í bókina *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Bók þessi er samin og gefin út af samtökum bandarískra stærðfræðikennara (The National Council of Teachers of Mathematics).

Bókin fjallar um það sem æskilegt þykir að hafa til viðmiðunar í stærðfræðinámi bæði efnislega og út frá aðferðum. Bókin spannar allt grunnskólastigið og fyrstu tvö ár framhaldsskólans. Meginefni bókarinnar eru viðmið tengd þremur aldurshópum og í lokin er kafli um námsmat.

Hópurinn hittist fyrst í október 1992 og lauk formlega störfum um miðjan apríl s.l. Um var að ræða 30 kennara sem röðuðu sér í þrjá minni hópa eftir aldurstigum, þ.e. 1.-4. bekk, 5.-8. bekk og 9. bekk og eldri. Í minni hópunum var texti bókarinnar krufinn og metinn. Fólk hittist síðan í stóra hópnum, greindi frá niðurstöðum sínum og skiptist á skoðunum um þær.

Ein af þátttakendum leshópsins var Sigríður Ragnarsdóttir, kennari í Grundaskóla á Akranesi. Ritnefnd *Flatarmála* tók hana tali.

## Ástæður fyrir þátttöku

Ég leit á þátttöku sem möguleika á eins konar framhaldsnámi eftir stærðfræðival í KHÍ. Ég hafði mikla þörf fyrir að taka þátt í umræðum um stærðfræðinámi og -kennslu, enda að byrja að kenna eftir hlé. Með umræðum sóttist ég eftir að tengja saman hugmyndafræði mína og kennsluna. Það er allt öðru vísi að taka þátt í slíku samhliða kennslu. Ég taldi einnig að leshópsformið gæfi mér tækifæri til að hitta fólk sem talaði saman og reyndi að komast að niðurstöðu en væri ekki í kappræðu.

## Fyrirkomulag vinnunnar

Við unnum í margs konar hópum. Fyrst hittist allur leshópurinn en síðan unnum við í smærri hópum og hver fyrir sig. Það eru ýmsir kostir

við að vinna í svona mismunandi hópum; litlu hóparnir verða eins konar stuðningshópar. Í byrjun þurfti mikinn stuðning við að lesa bókina og velta fyrir sér efninu. Umræðurnar í litlu hópunum hjálpuðu til við að komast nokkuð djúpt í efnið og studdu mann í að þróa með sér hugmyndir og viðhorf. Í stærri hópnum fékk litli hópurinn viðbrögð við því sem hann var að velta fyrir sér. Þar mátti líka kasta fram spurningum og umhugsunaratríðum sem litli hópurinn hafði ekki fundið svör við.

Vinnan í hinum mismunandi hópum var ólík. Í sjálfum lestrinum var mikið að innbyrða. Því var velt upp í litla hópnum. Nýjar hugmyndir fæddust og þær ýttu öðrum út. Svo var farið í miðstigshópin og þar komu nýjar hugmyndir fram sem leiddu til vangaveltna í þriðja sinn. Þá kom kannski í ljós að flugið var alltof mikið og stundum var erfitt að komast niður. En það er mjög hollt að fara af og til á flug. Leshópurinn skapar slíkar aðstæður og það er fátítt að slíkar aðstæður skapist í erilsömu starfi innan veggja skólanna. Eftir umræður á svo mörgum stigum verða hugmyndirnar skýrari og maður er öruggari í afstöðu sinni til þeirra.

Bók eins og þessa er erfitt að lesa einn. Það er mikilvægt að vinna með öðrum, bæði til þess að velta hlutunum betur fyrir sér og reka á eftir manni. Bókin er ekki auðveld aflestrar að mínu mati. Það er margt sem kemur fram í bókinni sem er erfitt að tileinka sér og mynda sér skoðanir á nema í umræðum.

## Um bókina

Það sem mér finnst vera þungamiðjan í bókinni er áherslan á uppgötvunarnám, að nemendurnir leiti lausnaleyða og nemendur séu meiri þátttakendur í því sem þeir eru að gera og fá að stjórna því. Litli hópurinn velti mikið fyrir sér stærðfræðilegu uppeldi, þ.e. mikilvægi þess að nemendur venjist vissum vinnubrögðum við stærðfræðinámið. Mér finnst mikilvægt að sjá allt námið svona og finnst matskaflinn hjálpa til við að opna leið til þess að byggja slíka heild.

Nemendur verða að læra að ræða hlutina, leita að fleiri en einni leið, ... o.s.frv. áður en ætlast er til að þeir beiti slíkum vinnubrögðum. Hluti af því að læra stærðfræði ætti að vera að læra þau vinnubrögð sem stærðfræðinám byggir á.

Viðhorf annarra til þess hvað stærðfræðinám er getur oft truflað kennarann við það að koma hugmyndum sínum áleiðis. Kennarar eru gjarnan viðkvæmari fyrir gagnrýni á það sem þeir eru að gera á nýjan hátt heldur en á það sem er í gamla farveginum. Bókin veitir mörgum stærðfræðikennurum hjálp við að leita að rökum og leiðum til að framkvæma hugmyndir sínar. Einnig er rætt í bókinni um mikilvægi þess að rækta jákvætt viðhorf nemendanna til greinarinnar og náms almennt; það er jú forsenda alls náms að nemandinn vilji læra og hafi trú á eigin getu. Nauðsynlegt er að fá nemendur til að horfast í augu við að nám er átakasamt. Ein af forsendum náms er að kennarar taki mið af forvitni og hugmyndaflugi nemendanna. Í bókinni er auk þess komið inn á mikilvægi þess að sjá stærðfræðina sem samtengda heild en ekki sem marga afmarkaða þætti.

Varðandi námsmat er það fjölbreytnin sem er mér efst í huga, auk þess þetta sífellda mat og að nemendurnir séu dregnir inn í matið í öllu ferlinu. Nemendur taki meiri ábyrgð á námsmatinu og náminu í heild og að kennarinn setji sig ekki einn í þetta dómaraæti. Námsmatið felst í að tína upp það jákvæða, hugsa um hvað nemandinn kann í stað þess að hugsa um hvað hann kann ekki. Í hugmyndum um námsmat er gert ráð fyrir að verið sé að meta vissa grunnþætti eins og röksemdafærslu, stærðfræðilega umræðu, stærðfræðilegt afl. Ekki er alltaf verið að meta alla nemendur í einu eða alla þætti.

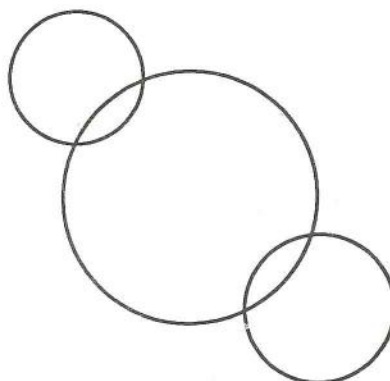
### Vangaveltur

Leshópsformið hefur ákveðna kosti umfram t.d. sumarnámskeið. Maður kemur uppfullur af hugmyndum heim af leshópsfundum alveg eins og af námskeiðum. Munurinn er samt sá að maður er í rauninni *neyddur* til að vinna úr áreitunum og undirbúa sig fyrir næsta skipti. Maður er því sífellt að hugsa um efnið og vinna úr því í undirmeðvitundinni.

Mikilvægt er að kennarar hafi trú á því sem þeir eru að gera og eigin getu til að framkvæma

það. Þar getur leshópurinn veitt styrk, því maður er stöðugt í sambandi við einhverja sem eru að hugsa á sömu bylgjulengd og maður sjálfur. Þess vegna hefði verið gott ef það hefðu verið fleiri frá sama skóla til þess að betur væri hægt að vinna úr. Það er erfitt að koma öðrum inn í þetta, því þetta er í raun hugmyndafræði sem tekur langan tíma að kynnast og vinna í. Þegar hugmyndafræðin á að birtast á vettvangi verður grunnurinn að vera mjög traustur. Ekki er hægt að gagnrýna sjálfan sig endalaust. Það er grundvallaratriði að hafa annan til að ræða við.

Margt nýtist ekki beint strax. Mér finnst ég þó nú vera betur í stakk búin til að setja mér markmið, hvort sem þau eru stór eða lítil, og fylgja þeim eftir til enda. Nú finnst mér mikilvægt að skoða rammann utan um kennsluna í heild og hef áhuga á að skipuleggja í heild. Mér finnst þetta þurfa að vera markvissara en svo að henda inn einu og einu spennandi verkefni. En það sem heillar mig mest í bókinni eru hugmyndirnar um námsmat, t. d. hvernig hægt er að meta fleiri þætti en ég hef hingað til vanist. Sem dæmi um það má nefna stærðfræðilega umræðu. Hlutverk kennarans í umræðum er nú oftast það að draga saman niðurstöður og gera athugasemdir við það sem nemendur segja. Meðan kennarinn er í því hlutverki er erfitt að meta færni nemenda í stærðfræðilegri umræðu. Því þarf að breyta. Í vinnu minni í leshópnum hef ég endurskoðað margt í minni hugmyndafræði um nám og kennslu og mótað mér margar nýjar hugmyndir sem ég þarf nú að reyna og skapa mér tækifæri til að ræða við nemendur og kennara.



# Námsefni í stærðfræði frá Námshagstofnun

Hanna Kristín Stefánsdóttir

Eins og flestum er kunnugt er það einkum hlutverk Námshagstofnunar að gefa út námsefni fyrir grunnskólann. Frá þessu hafa verið gerðar örfáar undantekningar og er þá einkum átt við kennsluforrit sem hentað geta báðum skólastigunum, grunnskóla og framhaldsskóla. Námsefnisútgáfan fyrir framhaldsskólann er hins vegar í höndum einkaforlaga. Efnið sem hér verður fjallað um er því ætlað grunnskólanemendum.

Annars vegar verður greint í stuttu máli frá námsefni í stærðfræði sem komið hefur út á síðustu 1–2 árum og hins vegar frá því efni sem unnið er að hjá Námshagstofnun um þessar mundir.

## Nýútkomið námsefni

Stjörnuþekurnar eru hentugt viðbótarefni við grunnbækurnar. Kennarar hafa löngum kvartað yfir því að mikið skorti á að grunnnámsefninu fylgi nægilega mikið af æfingadæmum og öðrum verkefnum. Til að koma til móts við þessa þörf var ráðist í útgáfu flokksins Viltu Reyna? fyrir 1.–3. bekk og á síðasta ári hófst útgáfa svokallaðra Stjörnuþeka fyrir 4.–7. bekk. Nafn sitt dregur flokkurinn af því að þekurnar bera heiti reikistjarnanna kringum sólu (nema jarðarinnar).

Stjörnuþekurnar eru þýðing á ljósritunarsíðum danska námsefnisflokksins Sigma en eru í íslensku útgáfunni gefnar út í bókarformi. Þekurnar verða alls átta talsins. Fjórar þekanna eru þegar komnar út og verður stefnt að því að gefa þær fjórar þekur, sem eftir eru, út fyrir næsta skólaár. Einnig verða svör gefin út með þekunum.

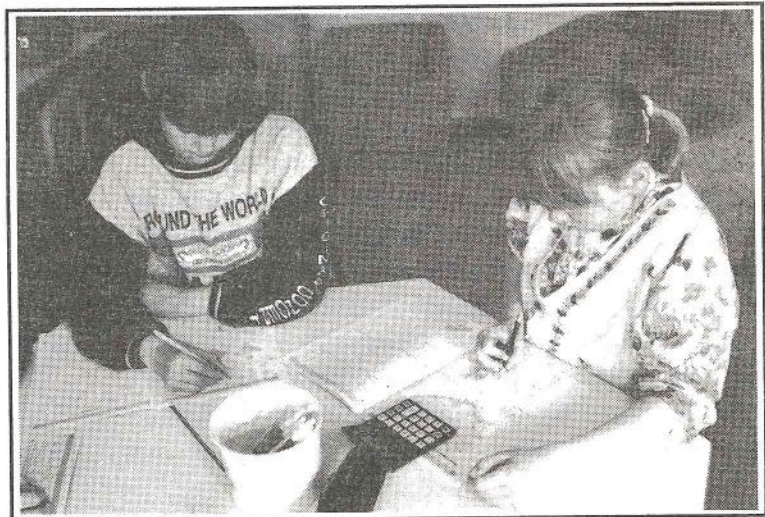
Stjörnuþekunum er raðað eftir þyngd og ræður fjarlægð reikistjarnanna frá sólu röð þekanna. Þessi röð er tilgreind aftan á öllum þekunum til

að firra kennara þeirri kvöð að hafa stjörnufræði á valdi sínu! Hins vegar er efni hvorrar þekar ekki þyngdarraðað og geta kennarar því í flestum tilvikum leyft nemendum að velja sér verkefni úr þessum þekum.

Það er mál kennara sem tjáð hafa sig um þessar þekur að þær sameini tvennt: í þeim séu kærkomin æfingadæmi í reikningi og skemmtileg verkefni í öðrum greinum stærðfræðinnar, einkum rúmfræði.

## Við stefnum á margföldun og deilingu – Kennsluleiðbeiningar

Nýlega komu út kennsluleiðbeiningar með vinnubókunum *Við stefnum á margföldun* og *Við stefnum á deilingu* en þessar tvær þekur henta



afar vel til stuðnings þeim nemendum sem ekki hafa margföldunartöfluna á valdi sínu. Kennurum er eindregið ráðlagt að styðjast við kennsluleiðbeiningarnar því að þær endurspeglar vel meginhugmyndirnar sem liggja að baki nemendabókunum.

**Stærðfræði handa grunnskólum í 8.–10. bekk**  
Í 8.–10. bekk er um að ræða tvenns konar grunnnámsefni sem kennarar geta valið um. Annar flokkurinn er *Almenn stærðfræði I–III*



(þýddur úr sænsku). Útgáfu hins flokksins, *Stærðfræði handa grunnskólum*, er ekki lokið en síðasta bókin, Hring sjá, kemur væntanlega út næsta haust. Í þessum flokki eru tvær nemendabækur ætlaðar hverjum árgangi og verða bækurnar því 6 talsins fyrir 8.–10. bekk. Kennsluleiðbeiningar hafa komið út með fyrstu bókinni, Talnaspegli.

#### Kennsluforrit

Alls hafa komið út um 40 kennsluforrit hjá Námsgagnastofnun á þeim fjórum árum sem liðin eru síðan útgáfa þessi hófst á vegum stofnunarinnar. Flokkast þau undir ýmsar greinar en rúmlega helmingur þeirra undir stærðfræði. Um forritin gildir það, sem sjaldan á við um kennslubækurnar, að þau henta oft bæði nemendum í grunnskólum og framhaldsskólum. Þegar svo er háttáð eru dreifibréf send skólum á báðum skólastigunum. Í einstökum tilvikum eiga forritin einungis erindi til framhaldsskólanema.

#### Námsefni sem unnið er að

##### Kennsluleiðbeiningar með Stærðfræði 6A og 6B – Loksins!

Nú grillir loksins í að Kennarabók með Stærðfræði 6A og 6B sjái dagsins ljós – og þótt fyrr hefði verið! Útgáfan hefur dregist m.a. af því að beðið var eftir endurskoðaðri útgáfu nemendabókanna á þessu ári. Kennarabókin er í tveimur heftum, hvoru fyrir sína nemendabók. Í þeim verða leiðbeiningar, könnun, viðbótarefni og svör.

##### Fjórar Stjörnubækur

Eins og áður hefur komið fram er unnið að útgáfu fjögurra Stjörnubóka (sjá hér fyrir framan) af átta. Einnig verða gefin út svör við bókunum.

##### Vasareiknahefti

Verið er að semja námsefni fyrir byrjendur til að æfa notkun vasareikna. Námsefnið verður í 5

litlum, einnota heftum og er einkum ætlað 7–11 ára nemendum. Efnið skarast engan veginn við efni heftisins *Vasareikna* sem kom út hjá Námsgagnastofnun 1990 en þar er áhersla m.a. lögð á að nota vasareikninn til að skerpa skilning á hugtökum með því að kanna og rannsaka ýmis fyrirbæri innan stærðfræðinnar.

Hin nýju hefti eru ætluð yngri börnum og tilgangurinn með efninu er að kynnast vasareikni og æfa notkun hans sem hjálpartækis við útreikninga. Fyrirhugað er að gefa fyrstu þrjú heftin út á næsta hausti.

##### Síðasta nemendabókin í flokknum Stærðfræði handa grunnskólum

Allar nemendabækur í þessum flokki eru komnar út nema seinni bókin fyrir 10. bekk, Hring sjá, sem væntanleg er næsta haust.

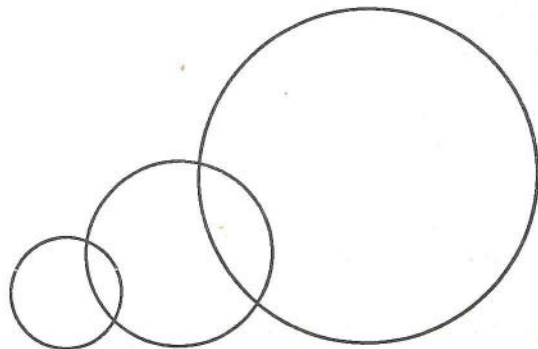
##### Þemabók fyrir elstu nemendurna

Verið er að þýða þemahefti sem fylgir stærðfræðibókunum *Almenn stærðfræði I–III* og er ætlað til notkunar með öllum bókunum þremur. Í hefti þessu eru einkum verkefni í prósentureikningi, rúmfræði og tölfræði. Heftið er væntanlegt næsta haust.

#### Kennsluforrit

Eins og gefur að skilja er stöðugt unnið að útgáfu kennsluforríta. Þegar eru nokkur stærðfræðiforrit í vinnslu og munu þau koma út fyrir næsta skólaár.

Læt ég hér lokið yfirliti yfir nýútkomið og væntanlegt námsefni í stærðfræði á vegum Námsgagnastofnunar.



# Samræmdu prófin

Borghildur Jósúadóttir  
Flosi Einarsson  
Guðrún Geirsdóttir

Þriðjudaginn 21. apríl þreyttu nemendur Grundaskóla á Akranesi grunnskólapróf í stærðfræði. Í 10. bekk eru 47 nemendur. Í vetur hefur kennslufyrirkomulagið verið þannig að við skiptum þeim í þrjá hópa eftir getu og erum þrjú sem kennum á sama tíma. Við höfum því möguleika á að vera með sameiginleg verkefni. Þessi ákvörðun var tekin í samráði við nemendur og tóku þeir þátt í því að meta sig inn í hópana. Nemendum finnst þetta góður endasprettur enda er þetta líka alveg nýtt fyrir þá. Eins og venjulega vorum við spennt að sjá prófið ekki síst þar sem boðaðar höfðu verið töluverðar breytingar á uppbyggingu þess. Við fyrstu sýn leist okkur mjög vel á prófið. Uppsetningin var mjög góð og skýr, bæði það að hafa eitt dæmi í hverjum ramma og eins að flokka dæmin saman eftir innihaldi. Tími var nægilegur og ekki mikið um flókið lesmál. Þó voru nokkrir sem ekki voru alveg vissir um hvað hugtakið „rýrnun“ merkti! Okkur finnst til bóta að gefa öllum dæmum sama vægi og teljum þetta auðvelda nemendum matið á prófinu.

En auðvitað var ýmislegt að:

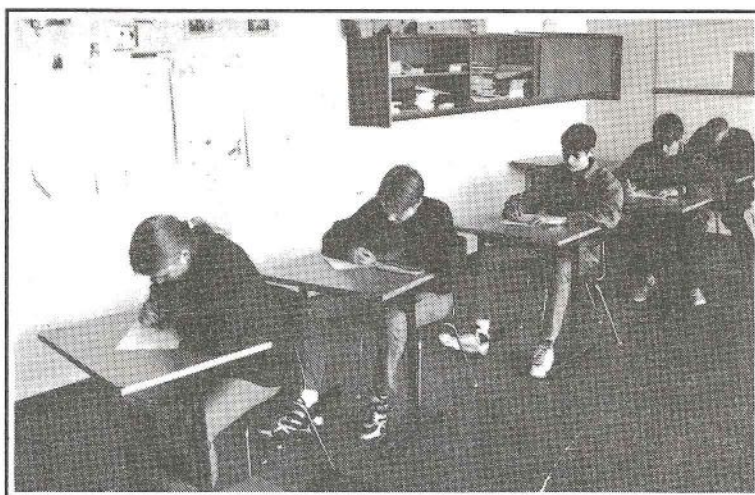
\*Það hefði mátt hafa myndir og eitthvað til að lífga uppá prófið

\*Dæmi úr líkindareikningi voru of flókin. Í námsþáttum til prófs er talað um líkindareikning með einföldum dæmum. Auk þess er sambærileg dæmi að finna í Almennu stærðfræði III en ekki í Baugabrotum. Í bréfi ráðuneytisins um námsþætti til prófs hefði þurft að taka fram að nemendur ættu að kunna margföldunar- og samlagningarreglu í líkindareikningi.

\*Rúmfrædidæmin hefðu mátt vera þyngri, þau voru of lík innbyrðis.

\*Mjög duglegum nemendum fannst prófið ekki nægilega krefjandi.

Að lokum er rétt að geta þess að undirrituð eru ekki mjög hlynnt samræmdum prófum í þessu formi. Við viljum minna á orð Ólafs Proppé í skýrslu prófanefndar menntamálaráðuneytisins frá maí 1984 þar sem hann segir: „Flestir, sem þekkja ekki mikið til prófa sem mælitækja, virðast hafa oftrú á gildi þeirra. Rit um próffræði eru full af varnaðarorðum. Þau vara



lesandann við því að búast við of miklu af prófum. En margir, þar á meðal reynt skólafólk - bæði kennarar og stjórnendur skóla - láta vonir sínar um að hægt sé á tiltölulega einfaldan hátt að mæla árangur af starfi þeirra, oft glepja sig til að ofmeta próf og gildi þeirra. Samverkan námskrár, námsefnis, kennsluáferða og prófa er það flókin að erfitt er fyrir skólastjórnendur og kennara að notfæra sér niðurstöður prófa til að bæta skólastarf, hvort heldur í skólastofunni, í skólum eða skólahverfum“. Þar sem fyrirkomulag prófanna hefur ekkert breyst í gegnum árin þá er þessi umsögn enn í fullu gildi.

## *Orðsending frá gjaldkera* Hanna Dóra Birgisdóttir

Flötur, samtök stærðfræðikennara, eru ætluð kennurum á öllum skólastigum. Við hvetjum kennara til að taka þátt í starfsemi Flatar með því að gerast félagar. Þeir sem vilja gerast félagar í Fleti, sendið okkur vinsamlega nafn, kennitölu og heimilisfang. Utanáskriftin er:

FLÖTUR, samtök stærðfræðikennara  
Pósthólf 181  
172 Seltjarnarnesi

Árgjald er 1.200 krónur. Gíróseðill er sendur til þeirra sem vilja gerast félagar. Innifalið í árgjaldi er áskrift að tímaritinu Flatarmálum. Stefnt er að útgáfu þriggja tölublaða á ári. Við vonumst til að kennarar á öllum skólastigum sýni Fleti fullan áhuga með því að gerast félagar og vera með frá byrjun.



# FLATAR <sup>mál</sup>

1. tbl. 1. árg.

Anna Kristjánsdóttir Í upphafi ferðar	1
Barbara Jaworski Stærðfræðikennsla, í hverju er hún fólgin?	2
Fréttir af stofnfundi	5
Meyvant Þórólfsson Námskrárþróun og námsmat	6
Anna Kristjánsdóttir Myndefni og tölvuforrit	6
Þór Jóhannsson Undir berum himni	7
Lárus H. Bjarnason Prautalausnir í MH	9
Fánar	10
Leshópur	12
Hanna Kristín Stefánsdóttir Námsefni í stærðfræði frá Námsgagnastofnun	14
Borghildur Jósúadóttir, Flosi Einarsson og Guðrún Geirsdóttir Samræmdu prófin	16